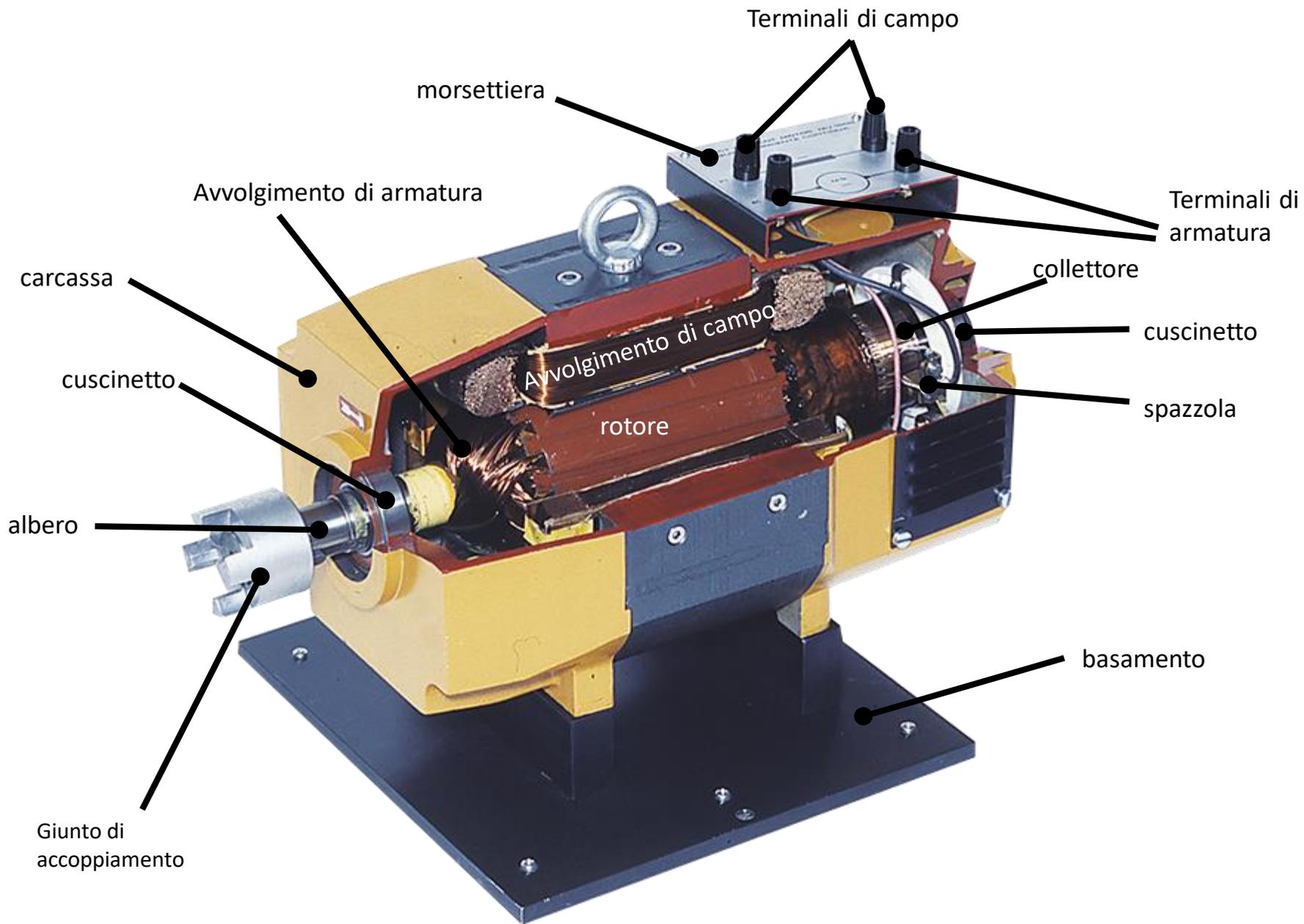
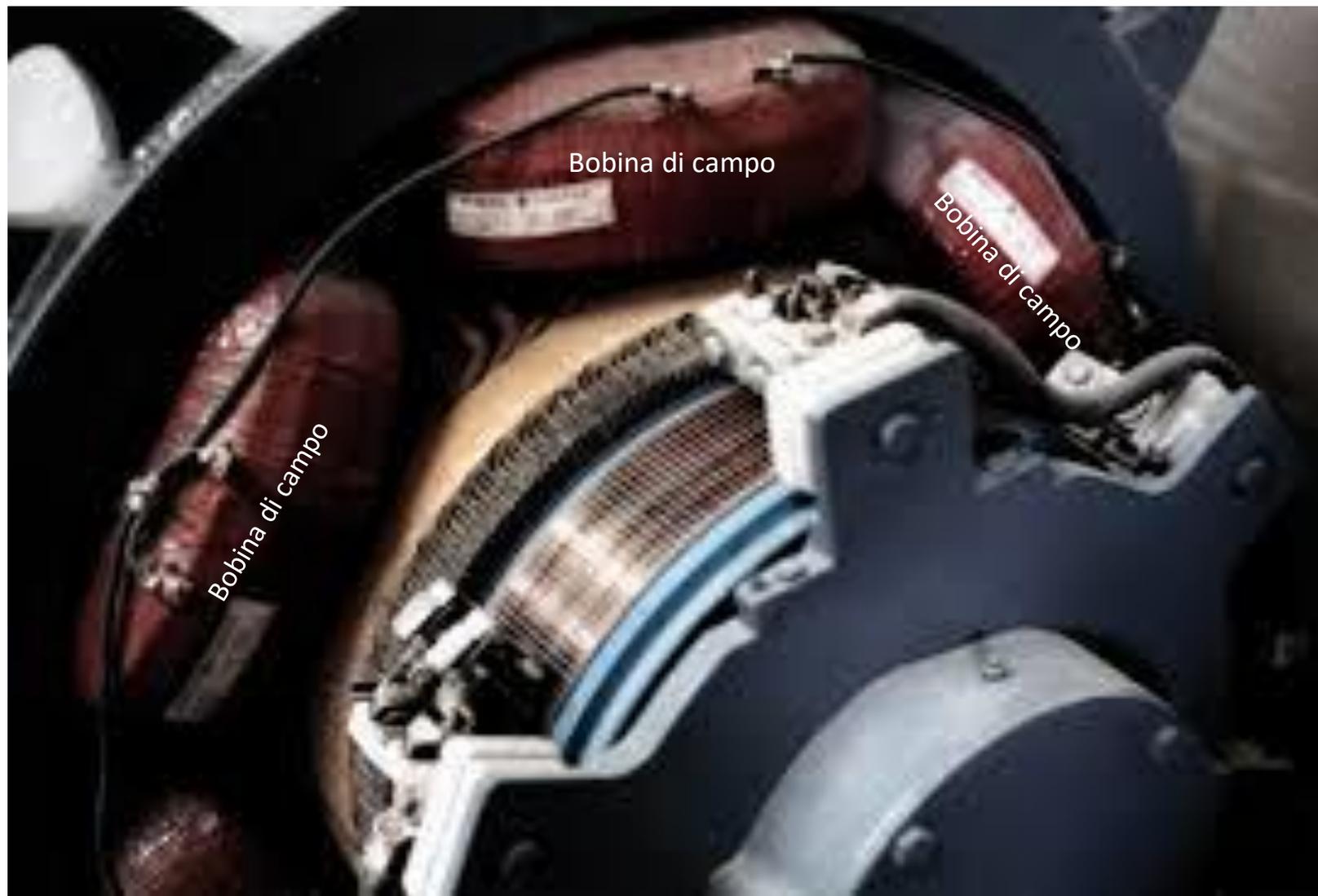
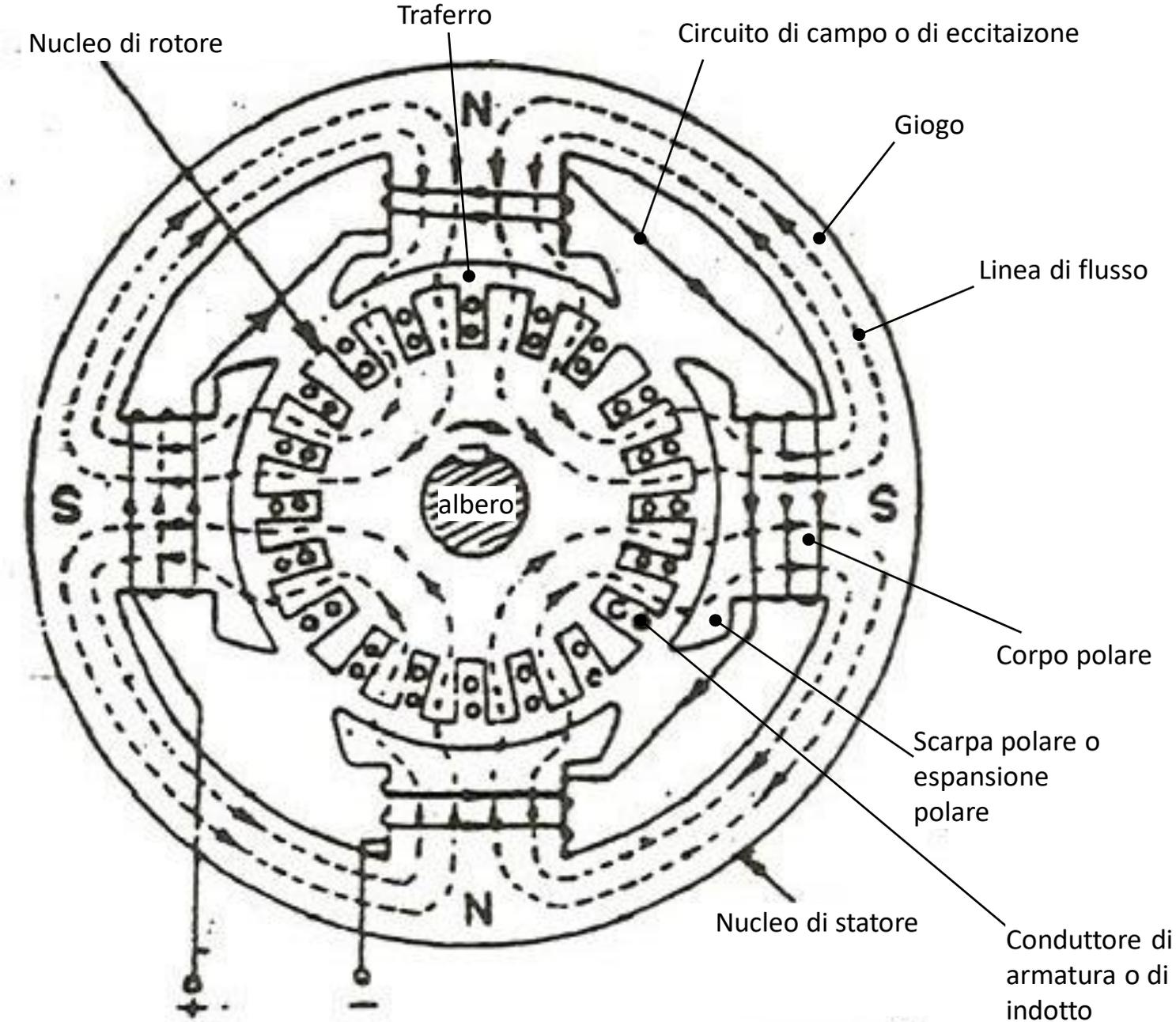


Macchine in corrente continua



Macchina in corrente continua a sei poli





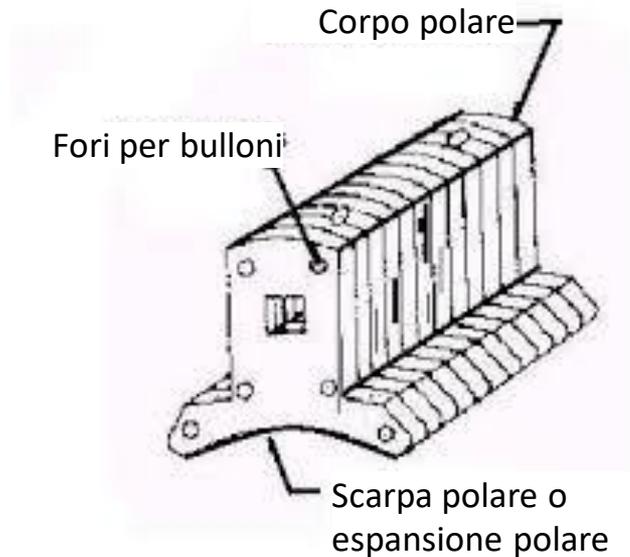
Terminali di campo o di eccitazione

Principio generale di funzionamento:

- Per motore: viene impressa una corrente nei conduttori di armatura; tale corrente interagisce con il flusso prodotto dal circuito di campo dando origine ad una forza (forza di Lorenz) agente su ciascun conduttore. Tale forza si trasmette al rotore producendo coppia applicata, tramite l'albero, al carico.
- Per generatore: il motore primo, accoppiato all'albero, porta in rotazione il rotore. I conduttori di armatura, tagliando il flusso prodotto dal circuito di campo, sono sede di forze elettromotrici indotte. Poichè i conduttori sono in serie, le forze elettromotrici si sommano generando una tensione ai capi dell'armatura. Tale tensione è applicata al carico elettrico alimentato dal generatore.

Il nucleo magnetico di statore è spesso laminato interamente.

A volte è laminato solo il polo:

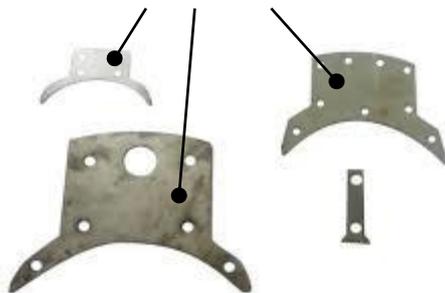


Il polo laminato è fissato al giogo, che è di acciaio massiccio.

Il giogo è necessario alla richiusura del flusso tra un polo e quelli adiacenti.

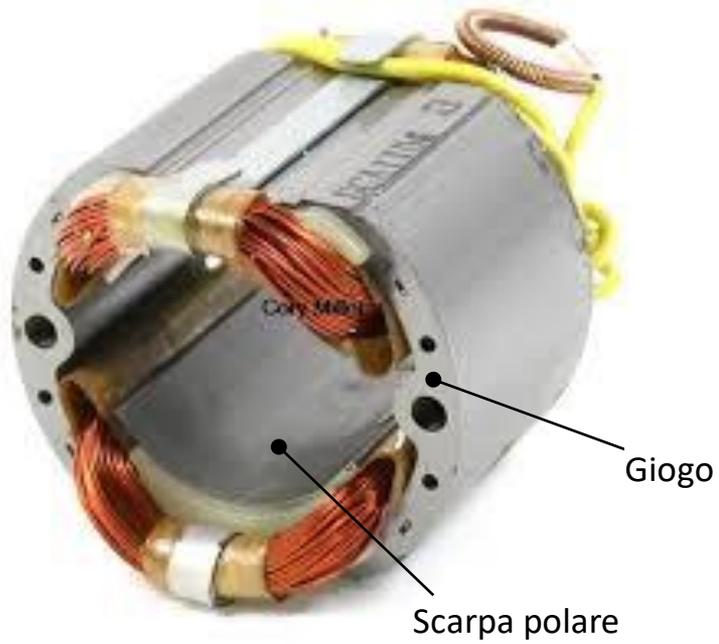
Il polo è laminato per contenere le perdite per correnti parassite dovute alle variazioni di flusso causate dallo spostamento delle cave e denti di rotore. Tali variazioni di flusso sono molto meno attenuate all'interno dei gioghi, che quindi si possono realizzare in forma massiccia.

Esempi di singoli lamierini per poli

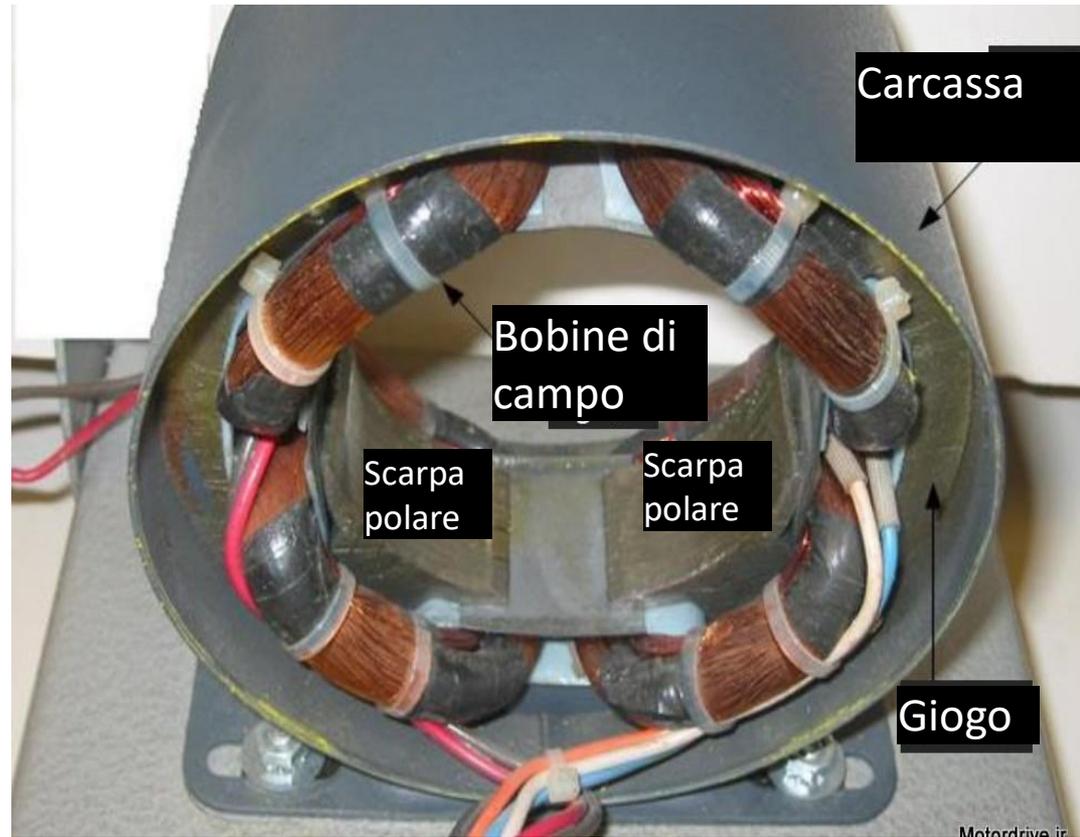


Al posto dei poli e del relativo circuito di campo o eccitazione, possono essere usati magneti permanenti, con polarità alternata. In tal caso, però, non è possibile regolare il flusso, come si può invece fare variando la corrente di campo.

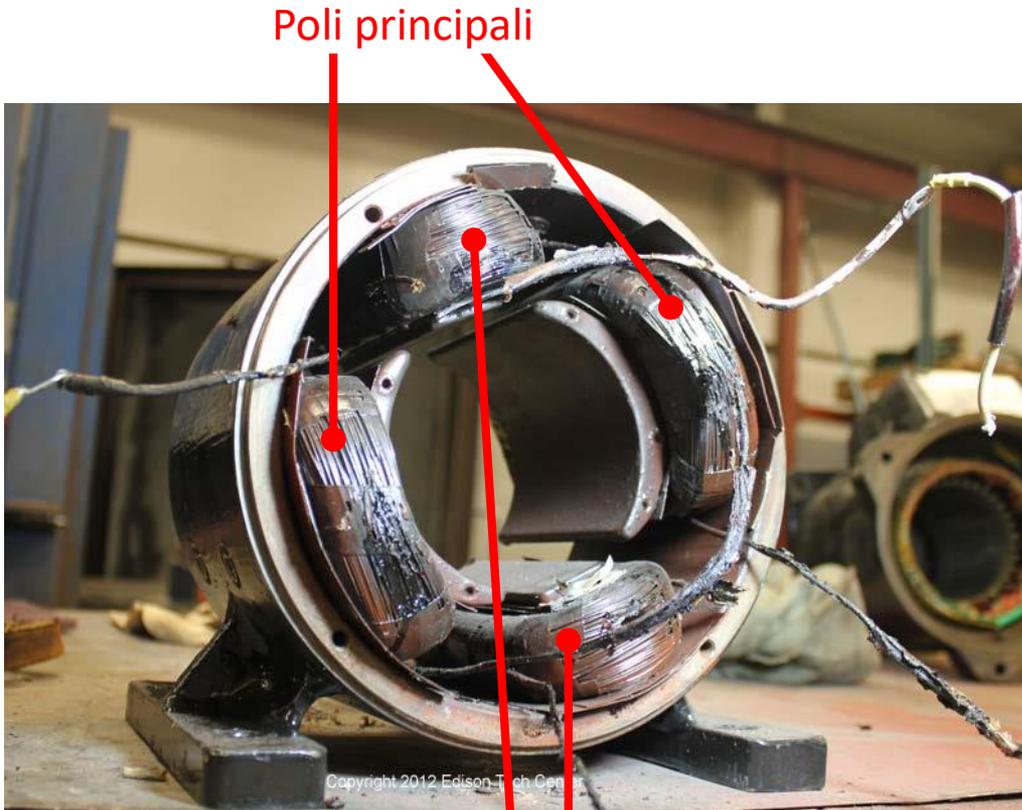
2 poli



4 poli



In certi casi, sull'asse interpolare vengono montati anche **poli ausiliari**, che consentono di migliorare i fenomeni di commutazione nell'avvolgimento di armatura (v. dopo).



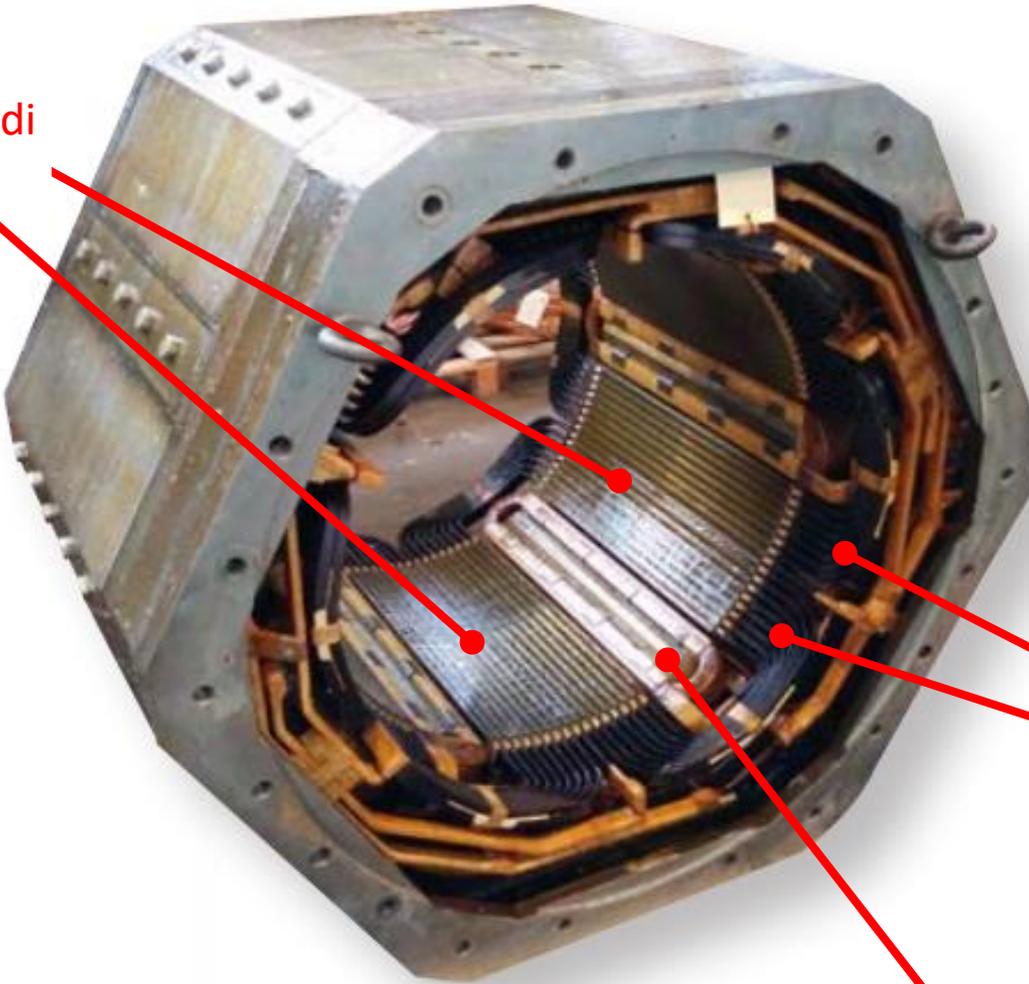
Macchina a due poli
con poli ausiliari

Poli ausiliari

Le macchine di dimensioni maggiori, sulle scarpe polari vi sono delle cave in cui sono collocati **avvolgimenti di compensazione**, che consentono di migliorare il funzionamento della macchina a carico (compensando il campo prodotto dai conduttori di armatura, v. dopo).

Scarpe polari di poli principali

Macchina a sei poli con poli ausiliari e avvolgimenti di compensazione

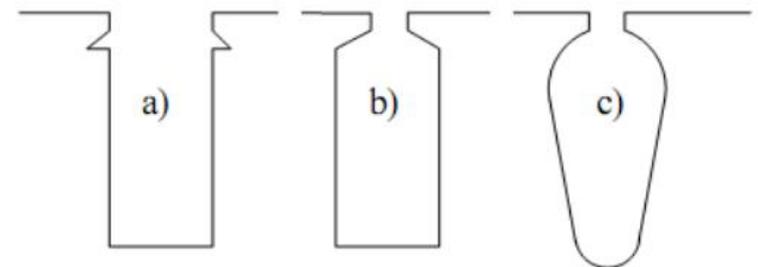
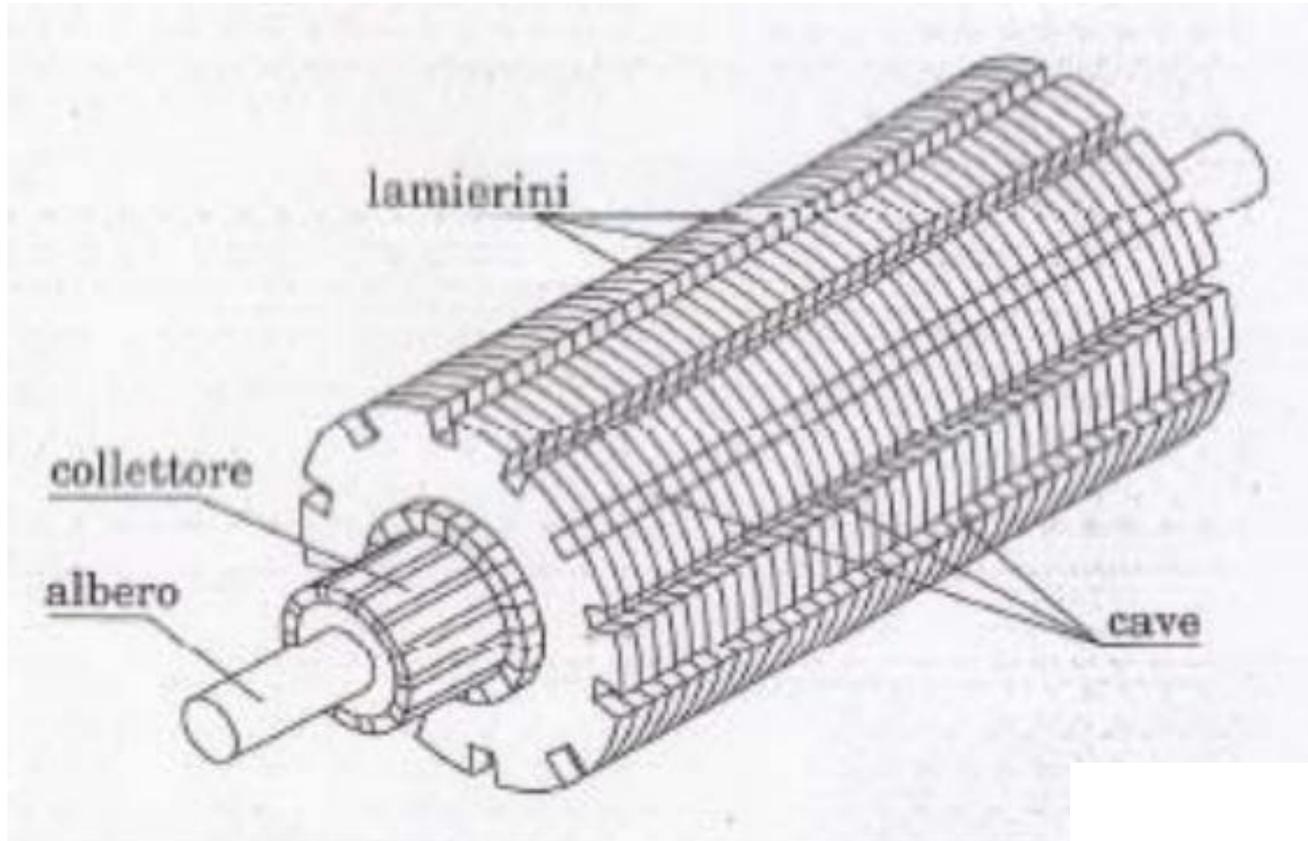


Avvolgimenti di compensazione

Poli ausiliario



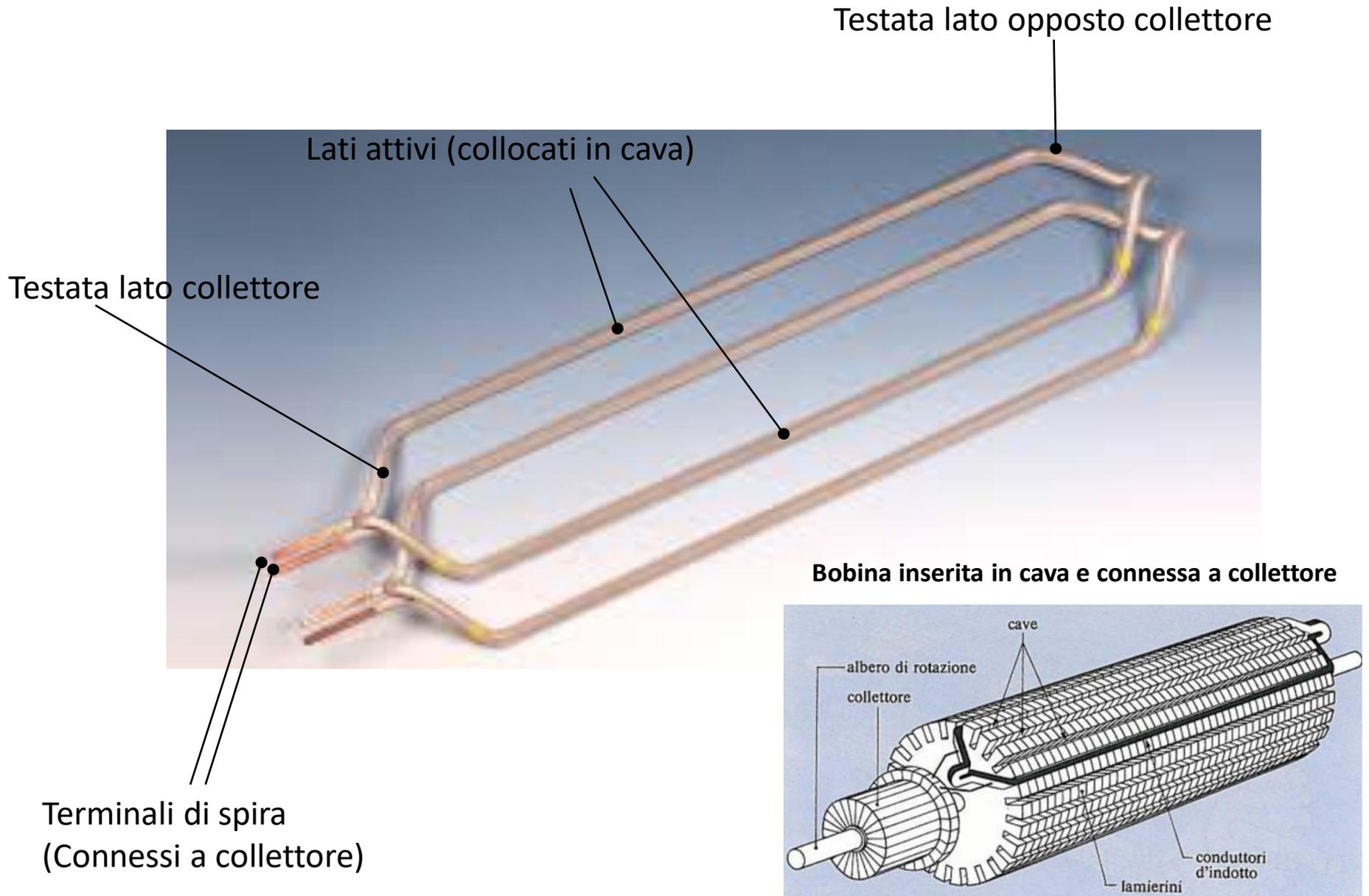
Rotore



Lamierino di indotto e forme tipiche di cava

- a) cava rettangolare aperta
- b) cava rettangolare semichiusa
- c) cava semichiusa sub-trapezia.

Bobina (o «sezione» o «matassa») di armatura (o di «indotto»)

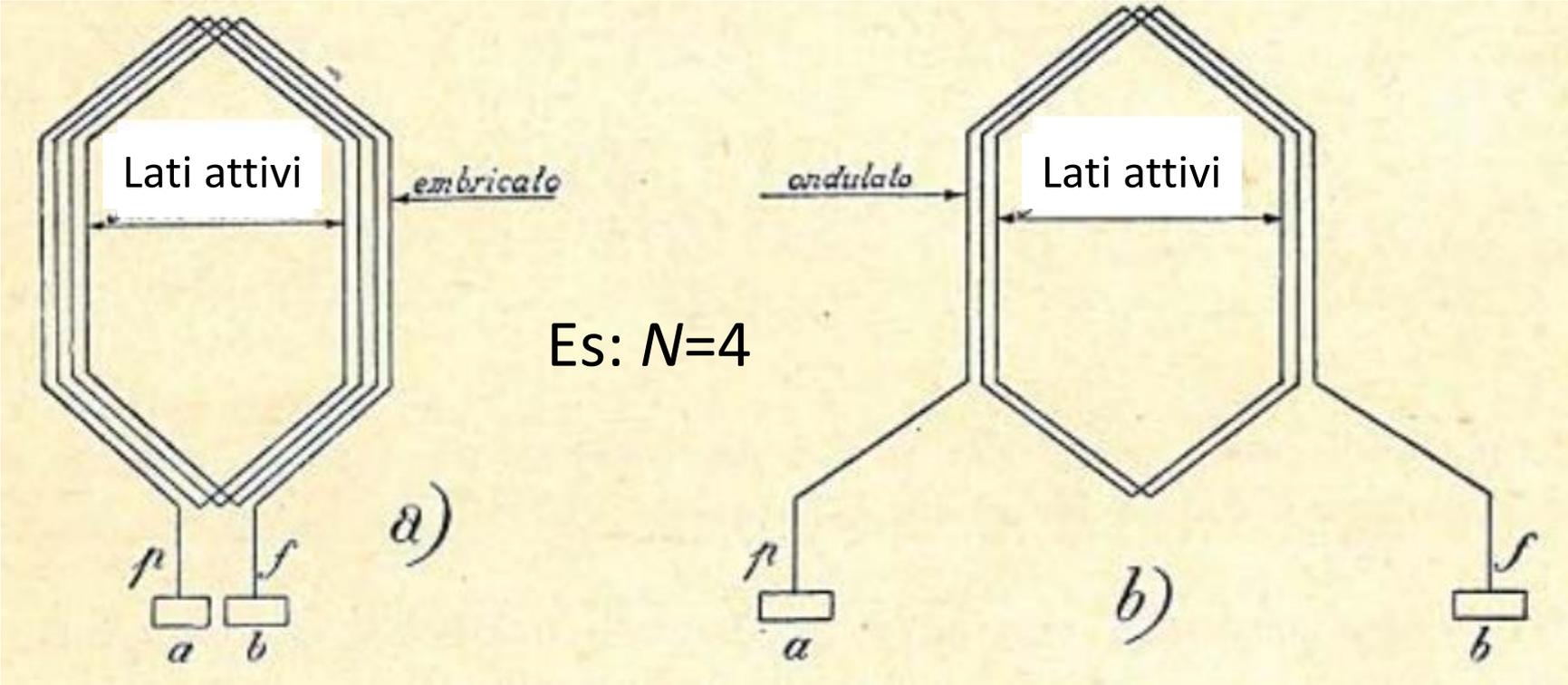




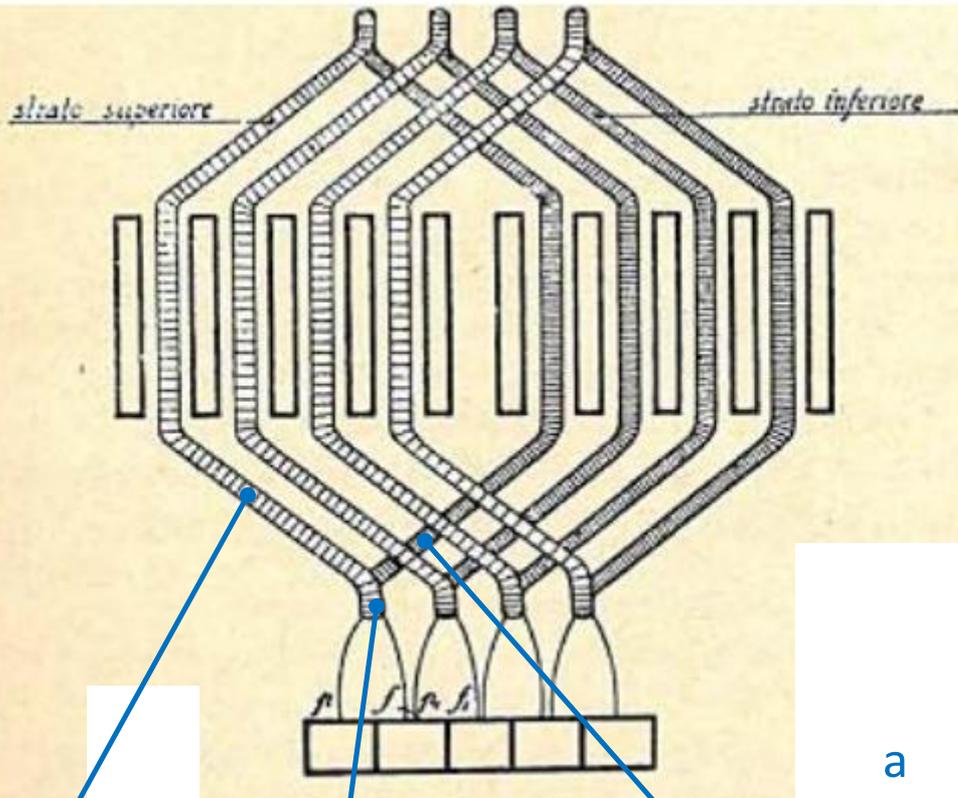
Bobina per avvolgimento ondulato: i terminali (principio e fine) sono connessi a lamelle del collettore tra loro «lontane» (passo al collettore $y_c > 1$)

Bobina per avvolgimento embricato: i terminali (principio e fine) sono connessi a lamelle del collettore tra loro «vicine» (passo al collettore $y_c = 1$)

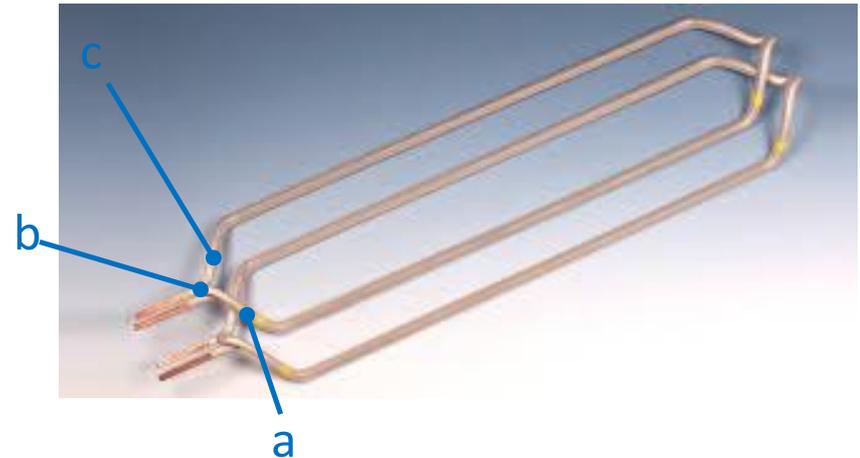
In generale, una bobina è composta da N spire in serie



Per evitare intersezioni delle testate, l'avvolgimento è, normalmente, a doppio strato:

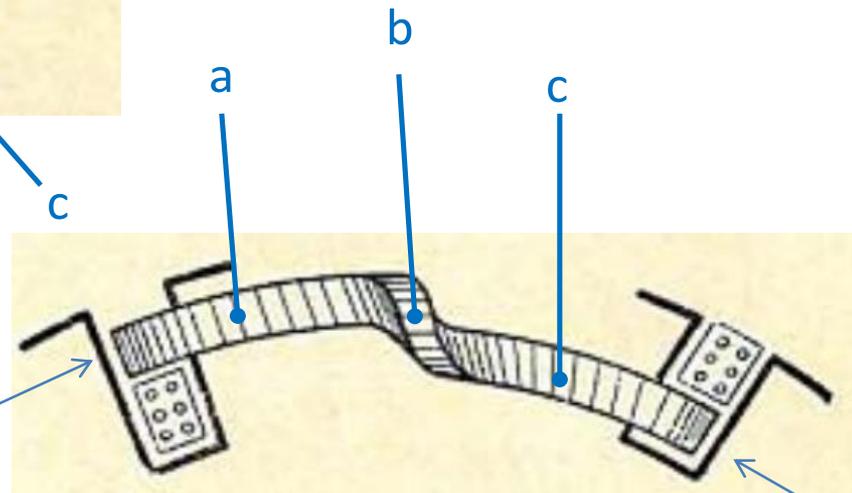


Un lato di bobina occupa lo strato superiore, l'altro lo strato inferiore in cava



b: «occhiello»

Strato superiore



Strato inferiore

Dettaglio di avvolgimento a doppio strato (zona testate)



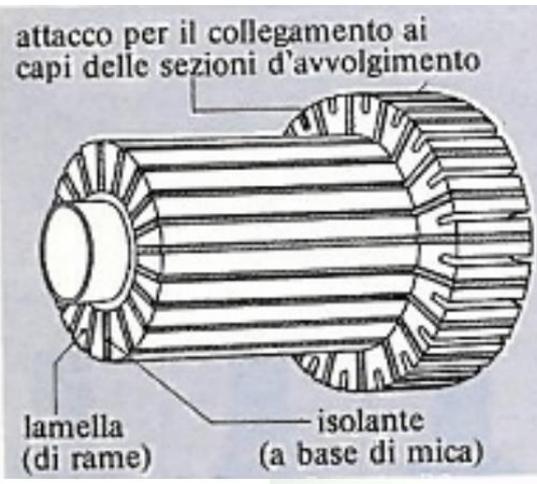
Strato
superiore

Strato
inferiore

Il doppio strato consente di evitare l'accavallamento (intersezione delle testate) pur impiegando bobine tutte tra loro uguali.

Testate lato
opposto
collettore

Dettaglio
collettore



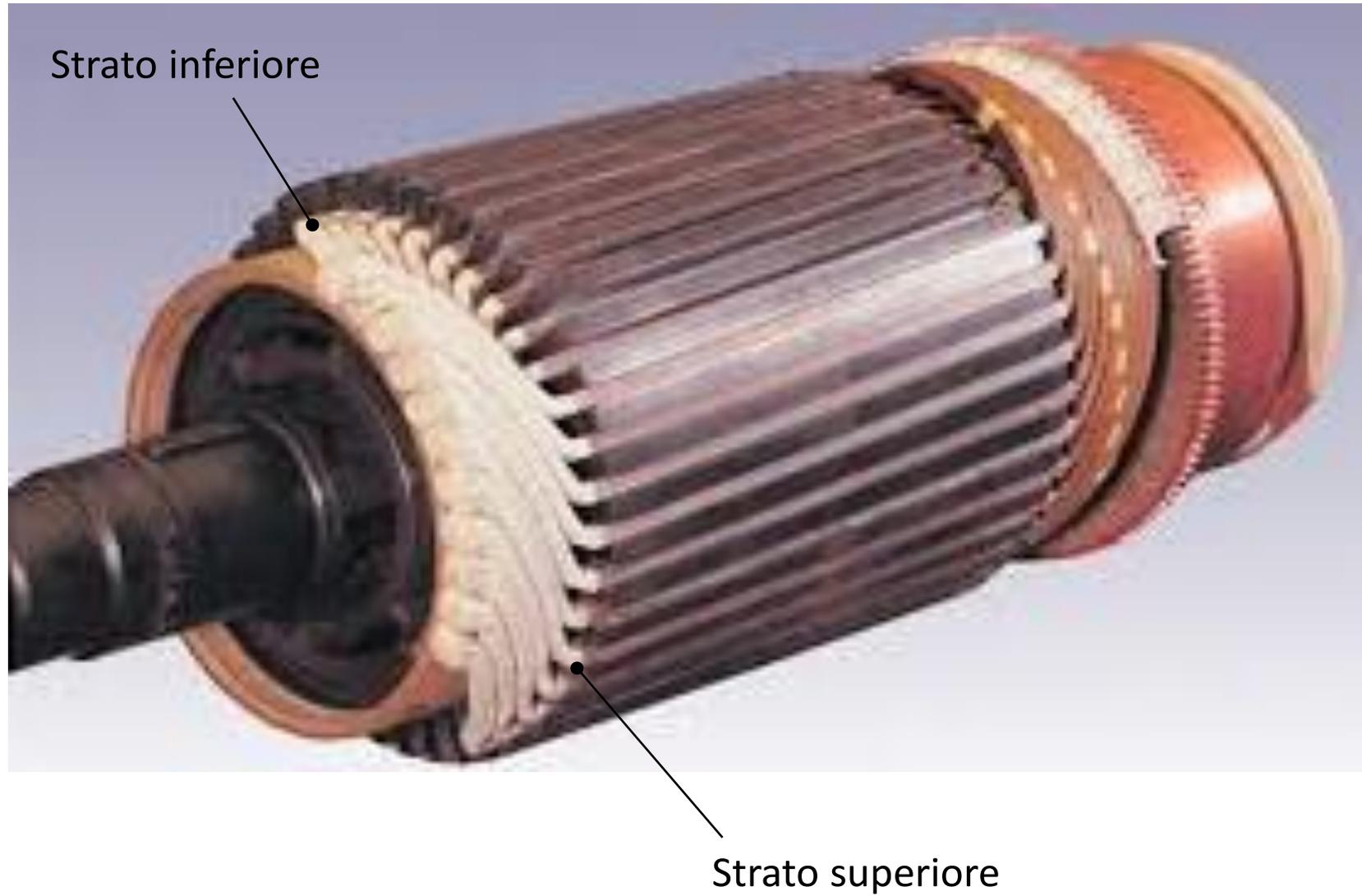
Nucleo
magnetico
di rotore



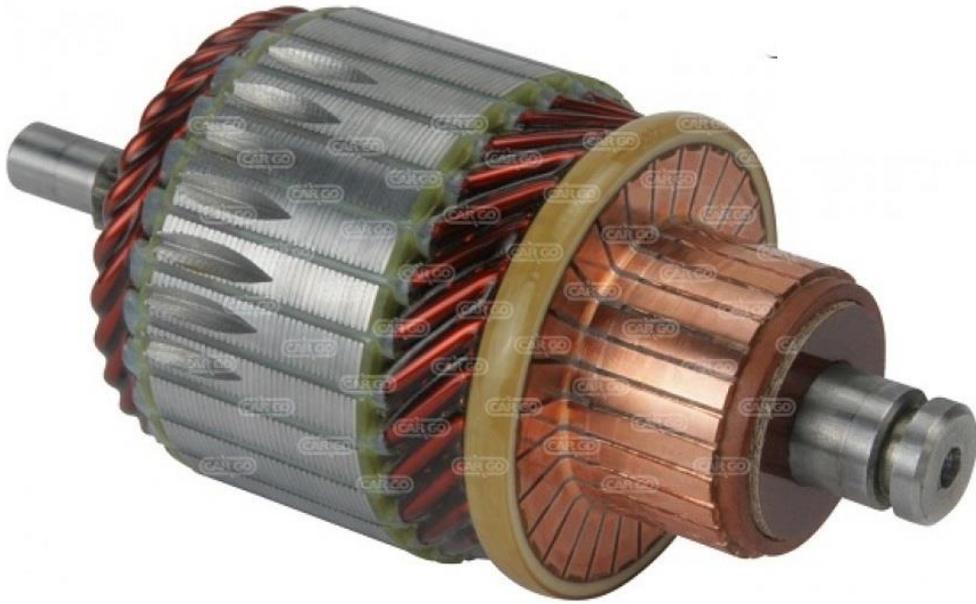
Testate lato
collettore

Attacchi a forcella tra lamelle
e bobine di armatura

Avvolgimento di armatura a doppio strato - lato opposto collettore



Rotore avvolto

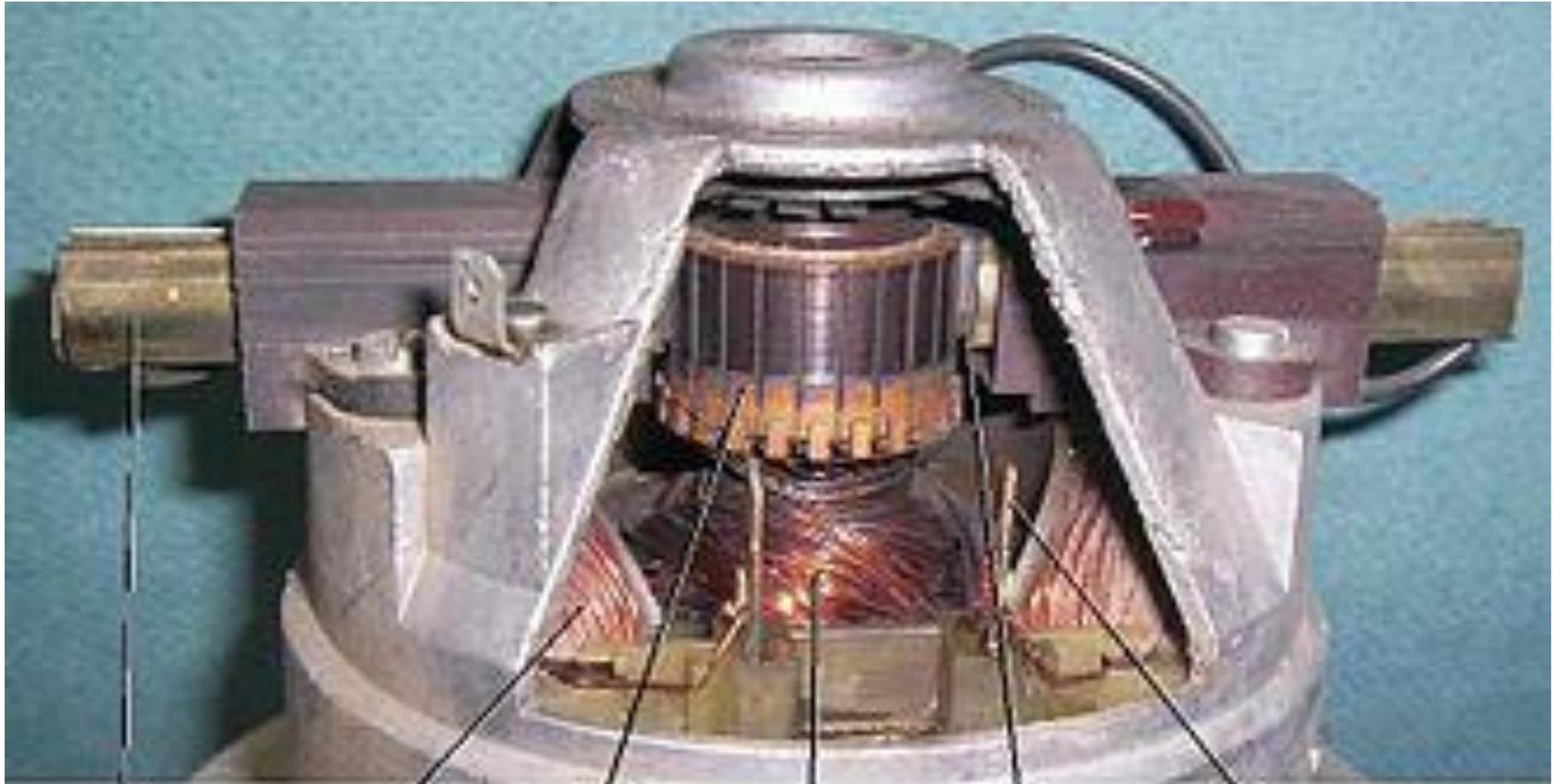


Vista lato
collettore

Vista lato opposto
collettore



Spazzole



E

D

A

C

B

F

E- Portaspazzole

A- Collettore

B- Spazzole

F- Terminale
avvolgimento di
campo

D- Avvolgimento di campo

C- Avvolgimento armatura

Terminale esterno di armatura
(connessione a morsettieria)

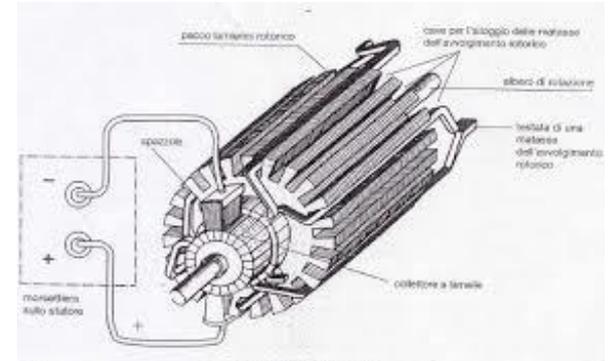


Spazzola (grafite)

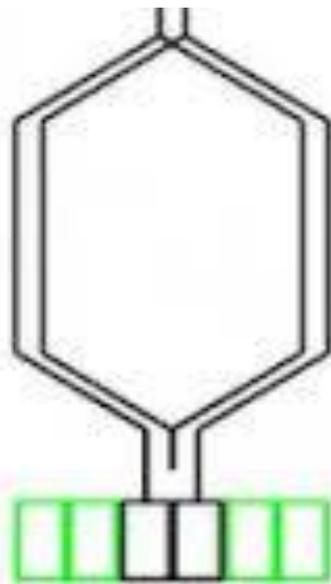
Spazzola (grafite)



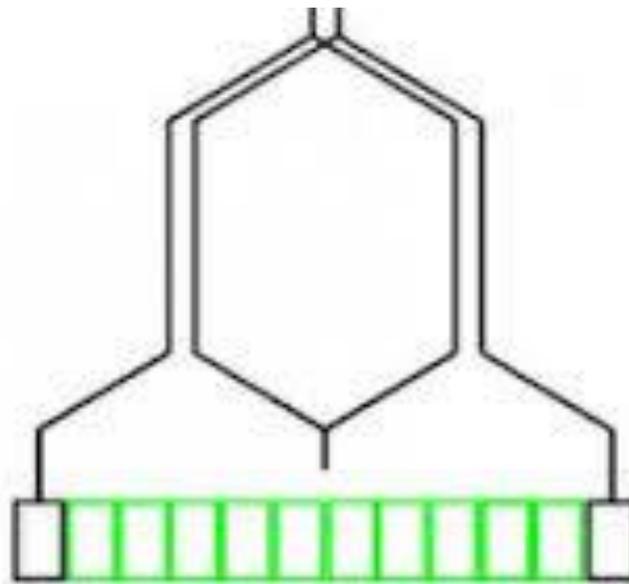
Terminale esterno di armatura
(connessione a morsettieria)



Tipi di avvolgimento di «armatura» (o di «indotto»)



Embricato

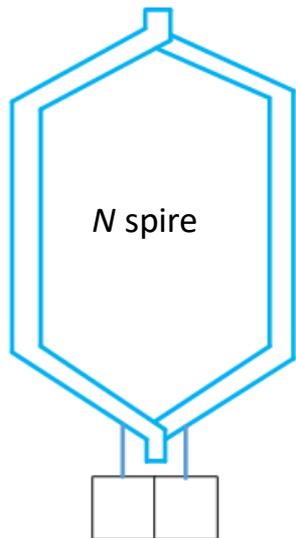


Ondulato

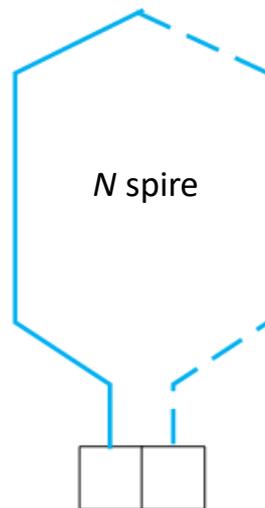
Rappresentazione realistica

Rappresentazione schematica

Embricato



N spire

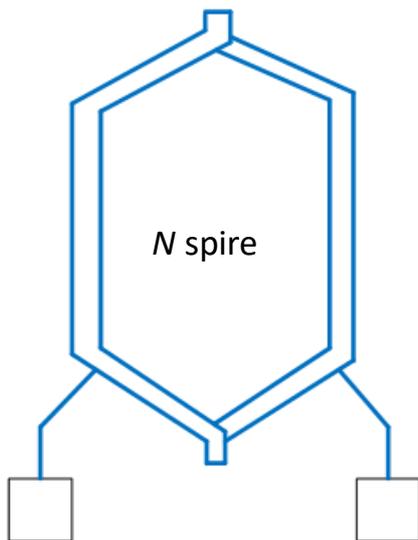


N spire

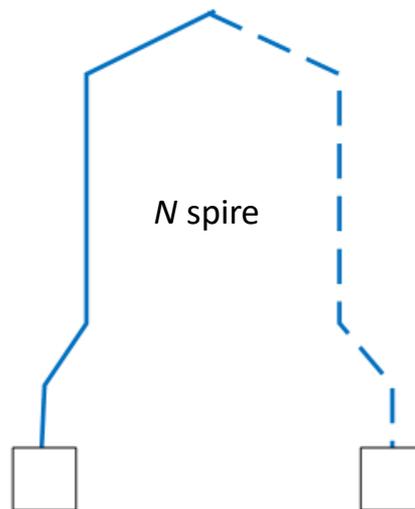
Strato superiore

- - - Strato inferiore

Ondulato

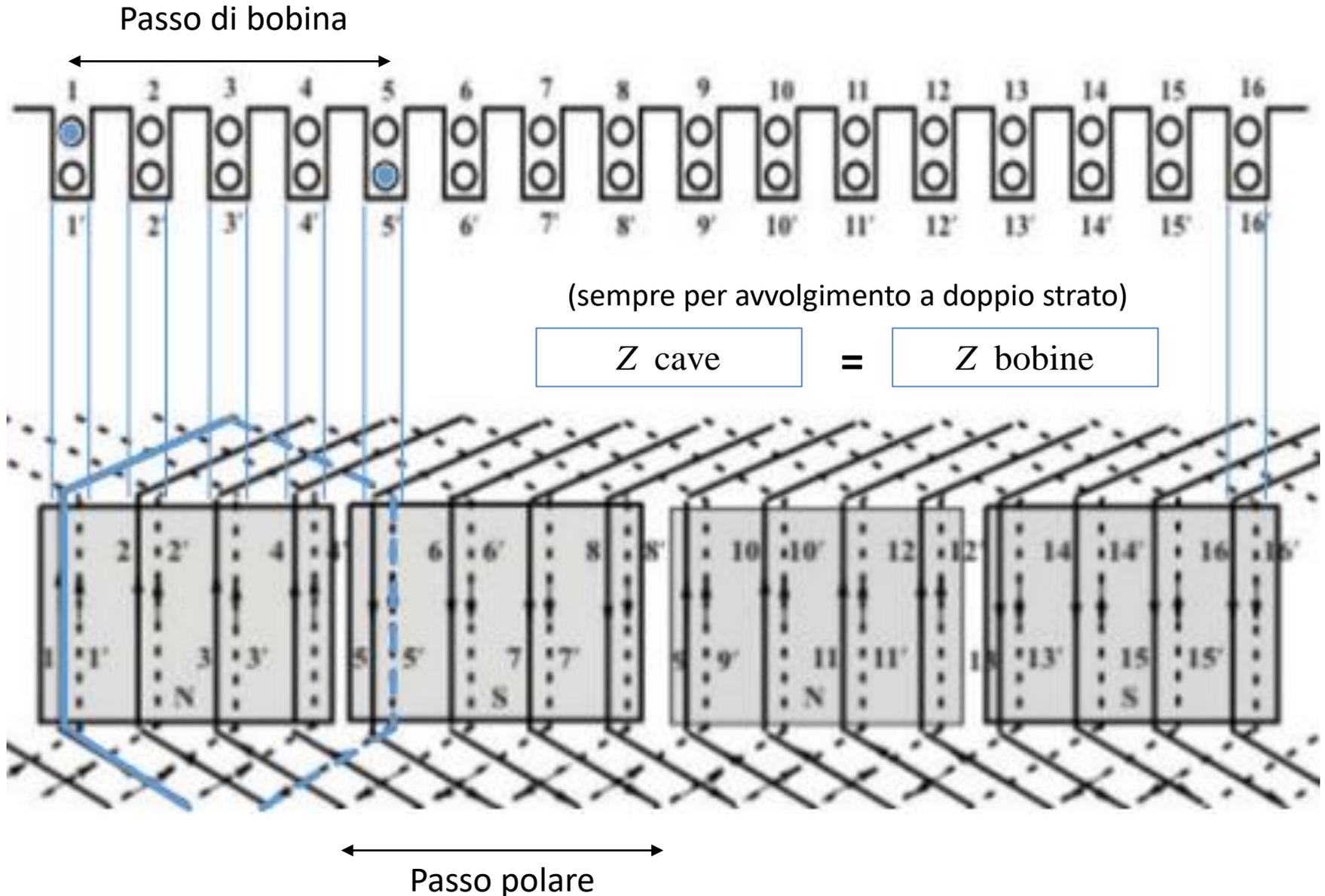


N spire

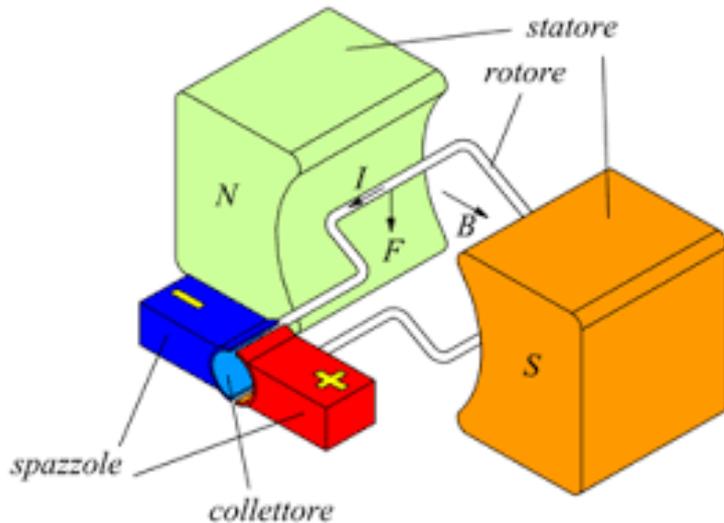


N spire

Rappresentazione dell'avvolgimento a doppio strato in forma lineare



Verso delle correnti in macchina a corrente continua

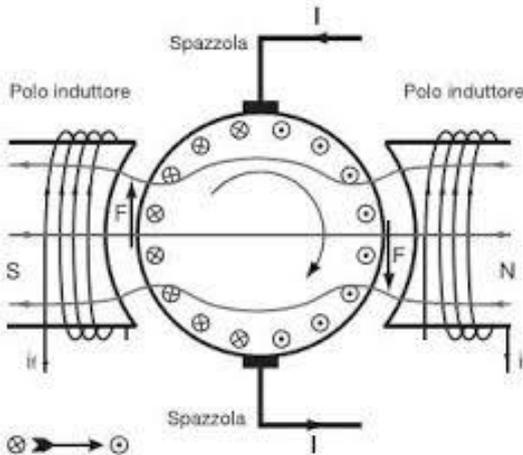


Sui conduttori si genera una forza di Lorenz F dovuta all'interazione tra campo induttore (B) e corrente di armatura (I).

Il verso della forza dipende dal verso di B e di I secondo la legge della mano destra:

$$\mathbf{F} = (\mathbf{I} \wedge \mathbf{B}) L$$

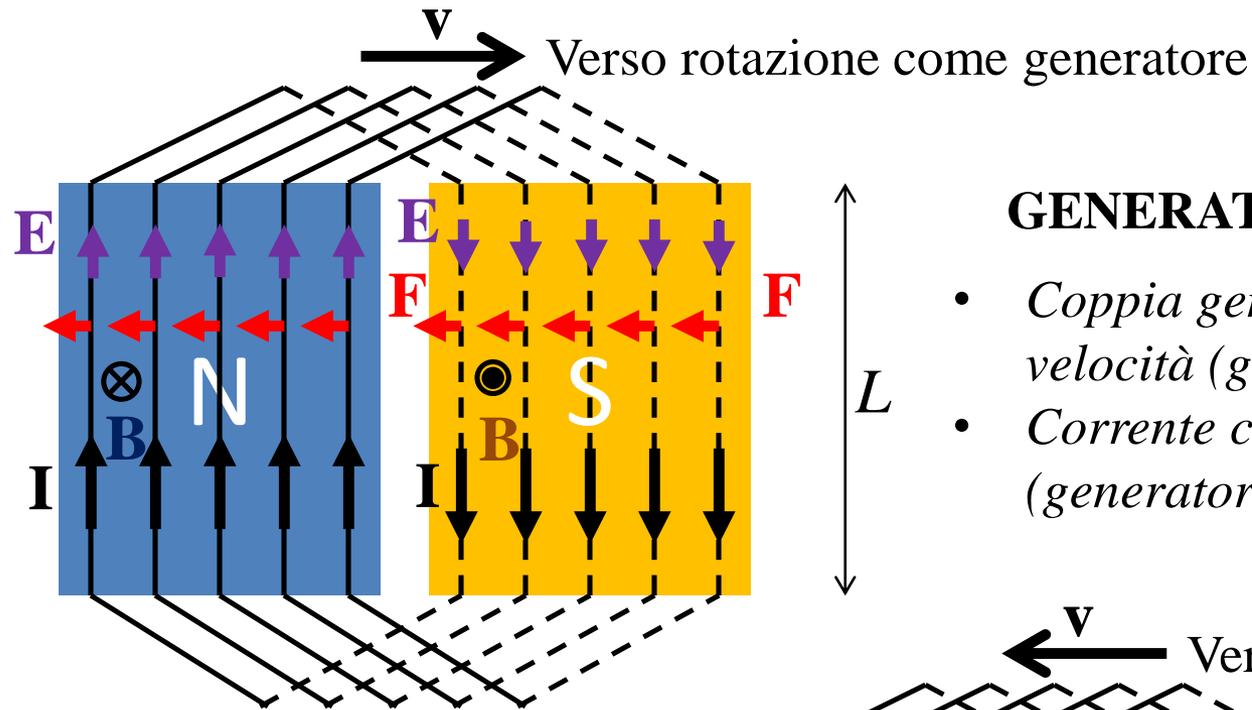
Essendo L la lunghezza del lato attivo.



Per massimizzare la coppia (ovvero la potenza) prodotta o generata si vuole che tutti i conduttori diano contributo di coppia equiverso.

Affinchè ciò accada è necessario che tutti i conduttori sotto un polo, attraversati dal campo induttore B nello stesso verso, portino una corrente I nello stesso verso.

Poichè i due lati attivi di una bobina portano sempre correnti con verso opposto, è opportuno che quando un lato attivo si trova sotto un polo N l'altro si trovi sotto un polo S. Afficchè ciò accada sempre, **si sceglie il passo di bobina uguale al passo polare.**



$$\mathbf{F} = (\mathbf{I} \wedge \mathbf{B})L$$

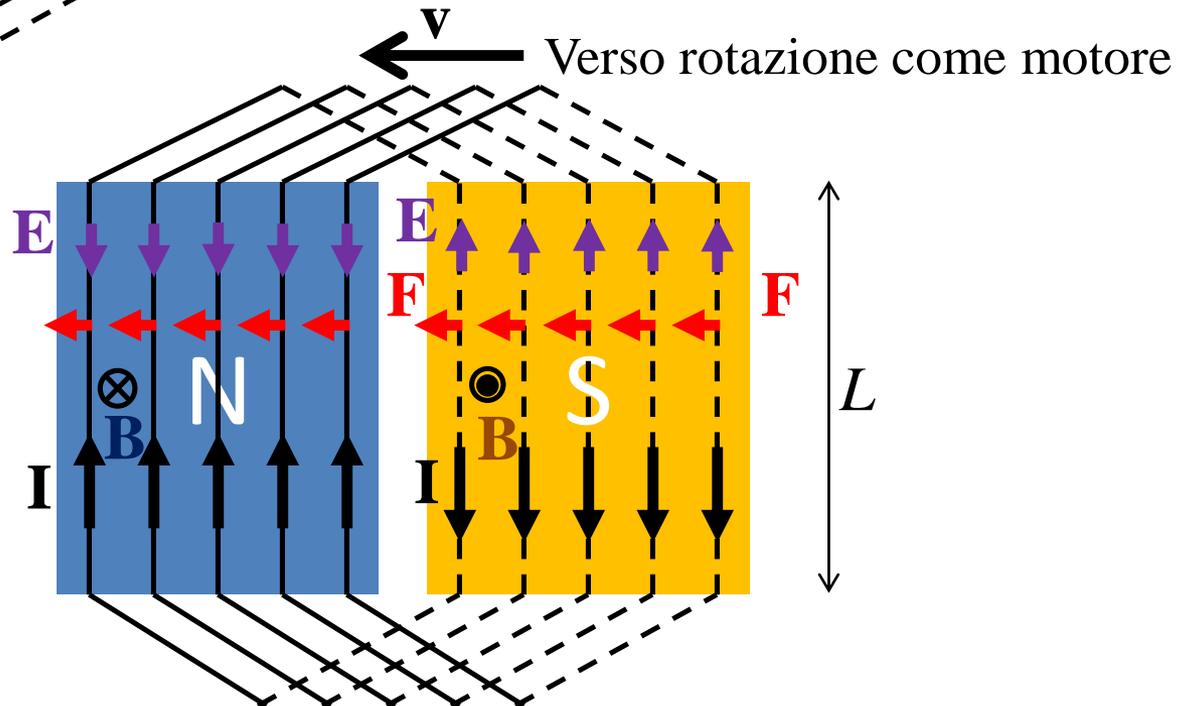
$$\mathbf{E} = (\mathbf{v} \wedge \mathbf{B})L$$

GENERATORE

- Coppia generata discorde con la velocità (generatore)
- Corrente concorde con la f.e.m. (generatore)

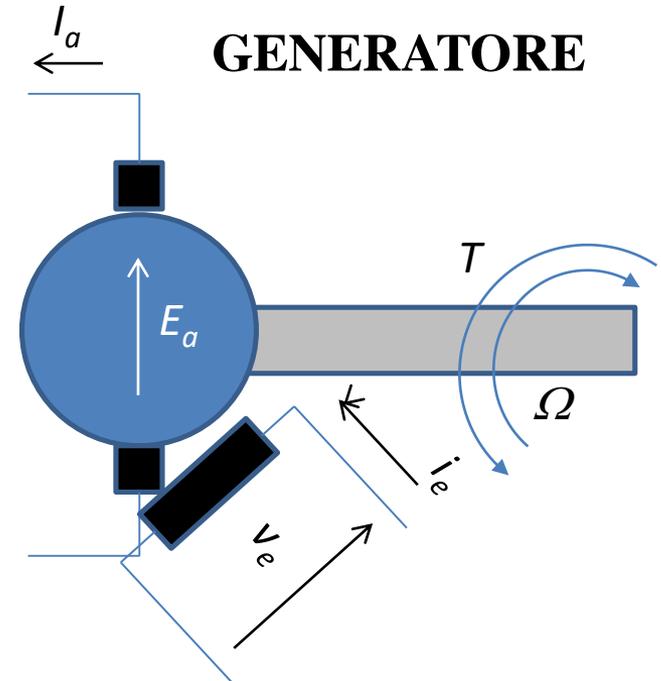
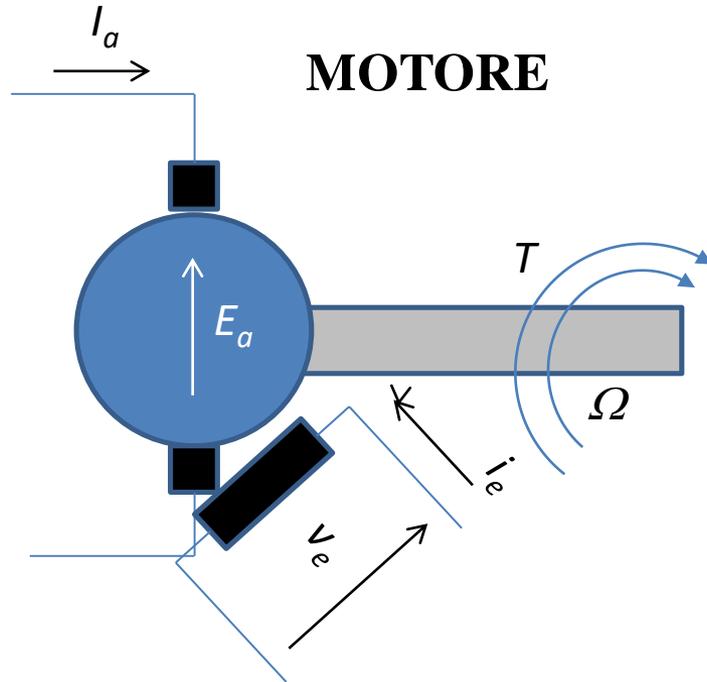
MOTORE

- Coppia concorde con la velocità (motore)
- Corrente discorde con la f.e.m. (motore)



In termini di circuito esterno:

Manteniamo costante la corrente di eccitazione, che determina la polarità dello statore (quindi il verso del campo \mathbf{B} in ogni punto)



I_a Corrente di armatura

i_e Corrente di eccitazione

V_e Tensione di eccitazione

E_a f.e.m. Indotta nell'armatura

T coppia

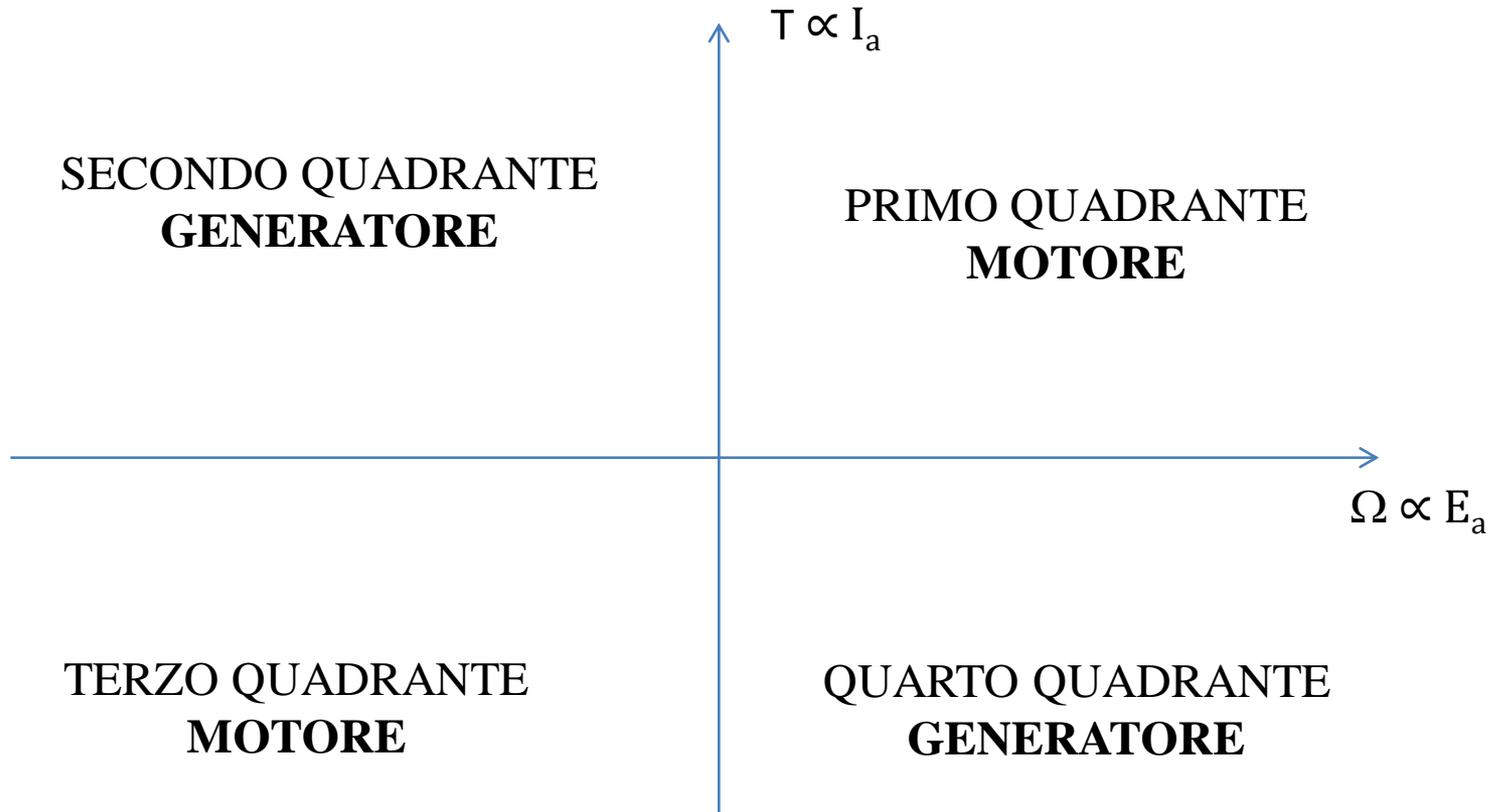
Ω velocità

Come si è visto sopra, il verso della corrente determina il verso della coppia e il verso della velocità determina quello della tensione.

Prendiamo ad esempio la **convenzione del motore**, cioè:

- il verso positivo della coppia è quello della velocità
- il verso positivo della corrente è opposto a quello della f.e.m.

Sotto queste ipotesi si possono definire i **quadranti di funzionamento della macchina**:



Avvolgimento embricato

Tante spazzole quanti sono i poli

Z : numero di cave
ovvero di bobine

$2a$: numero di vie
interne

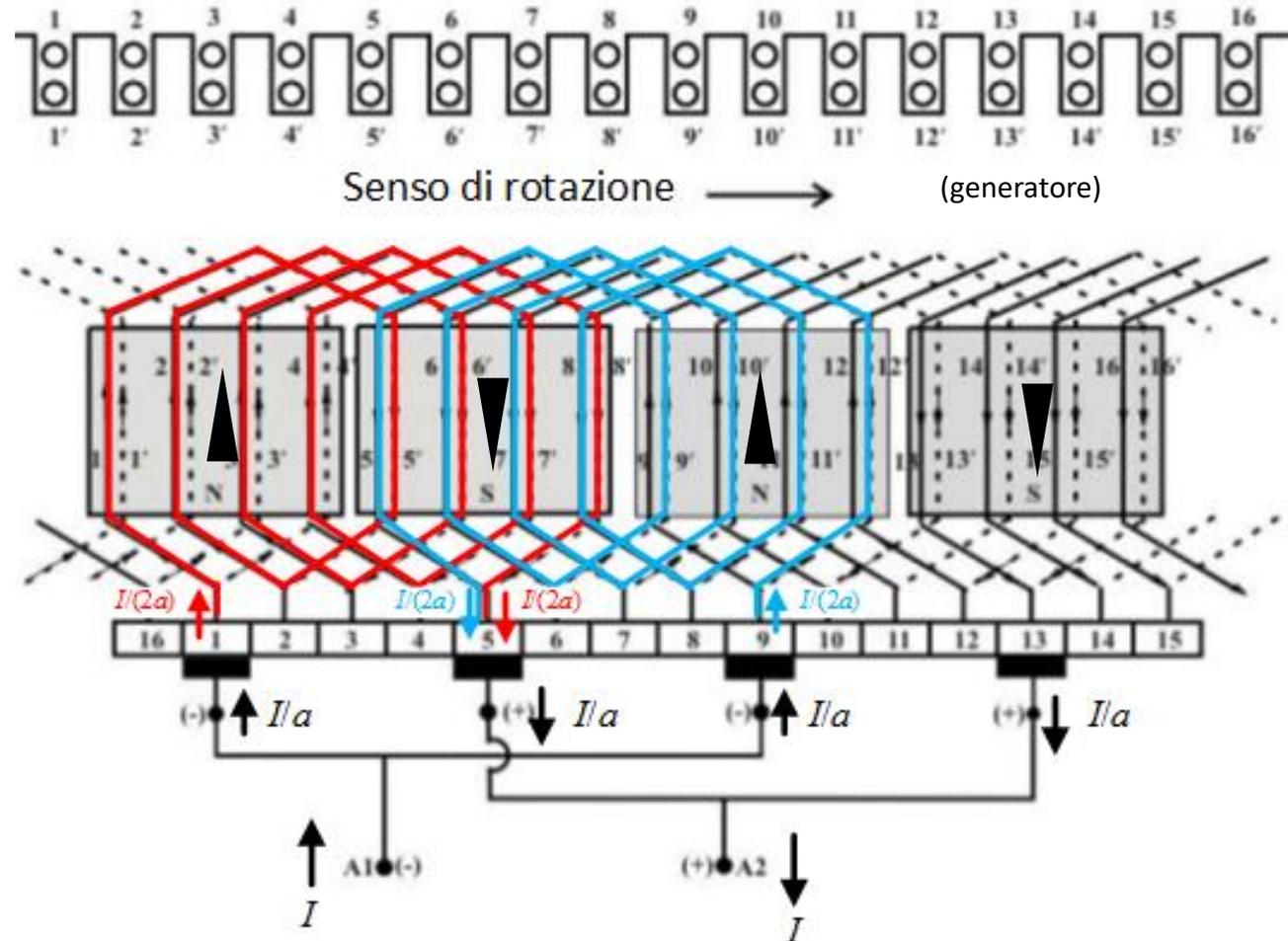
$2p$: numero poli

$$a = p$$

Le p spazzole
corrispondenti ai
poli N sono messe
tra loro in parallelo

Le p spazzole
corrispondenti ai
poli S sono messe
tra loro in parallelo

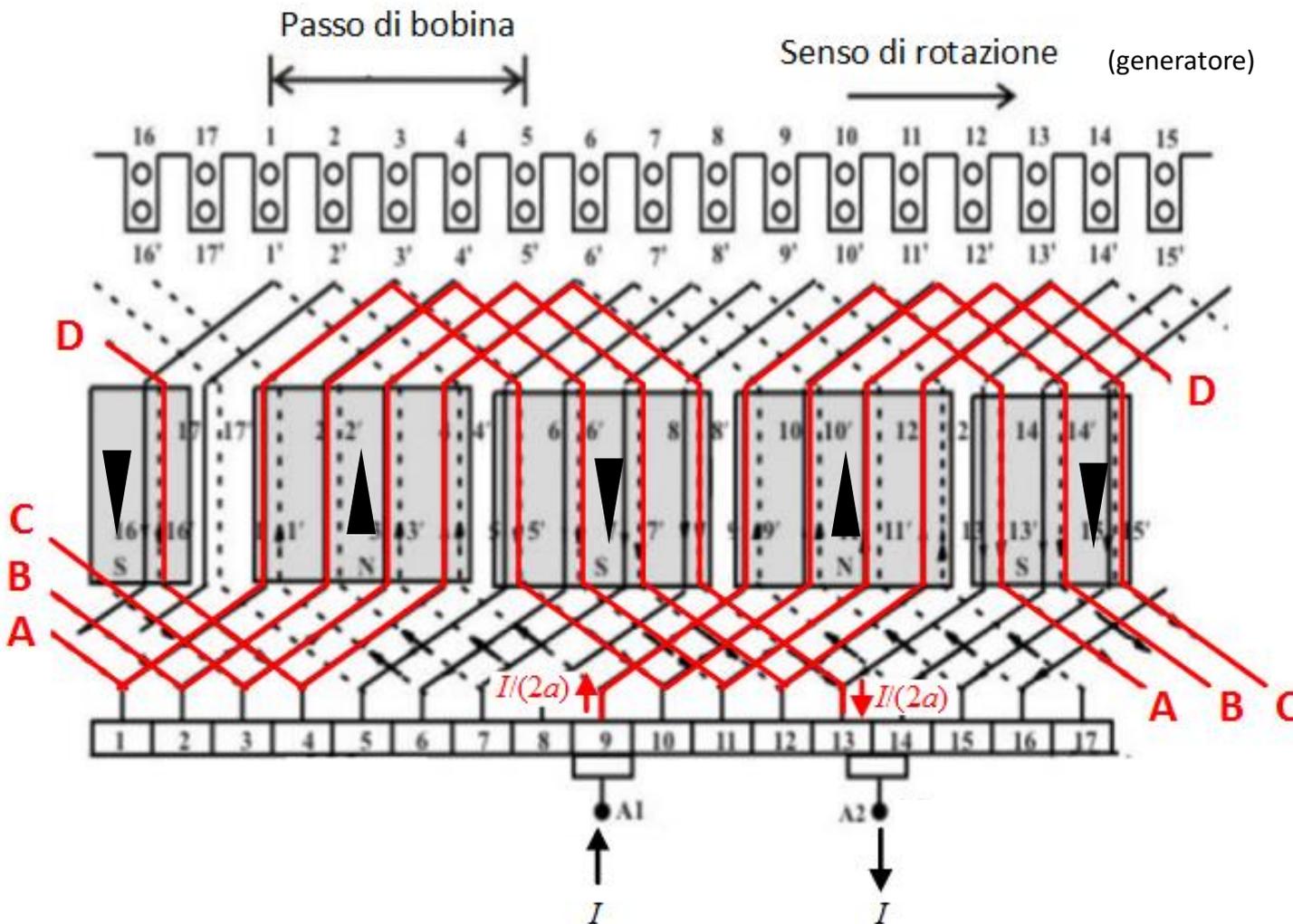
Tra due spazzole ci
sono $Z/(2p)=Z/(2a)$
bobine in serie



Ogni spazzola deve essere collocata fisicamente sull'asse di ogni polo

Avvolgimento ondulato

Solo due spazzole



Z : numero di cave
ovvero di bobine

$2a$: numero di vie
interne

$2p$: numero poli

$$a = 1$$

Ci sono solo due
spazzole

Tra due spazzole
ci sono
 $Z/(2a)=Z/2$ bobine
in serie (cioè
mezzo
avvolgimento)

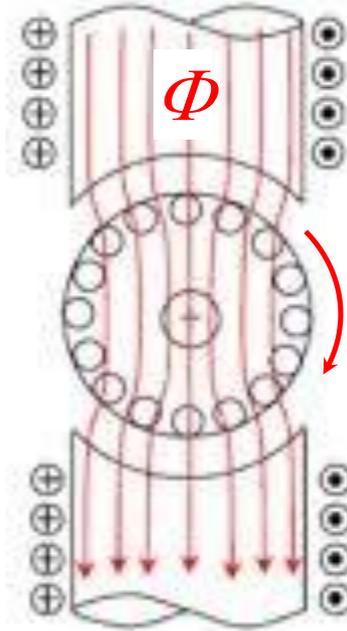
Corrente di spazzola = I , cioè
corrente di circuito esterno

Corrente di spira =
 $I/(2a)=I/2$

Funzionamento a vuoto

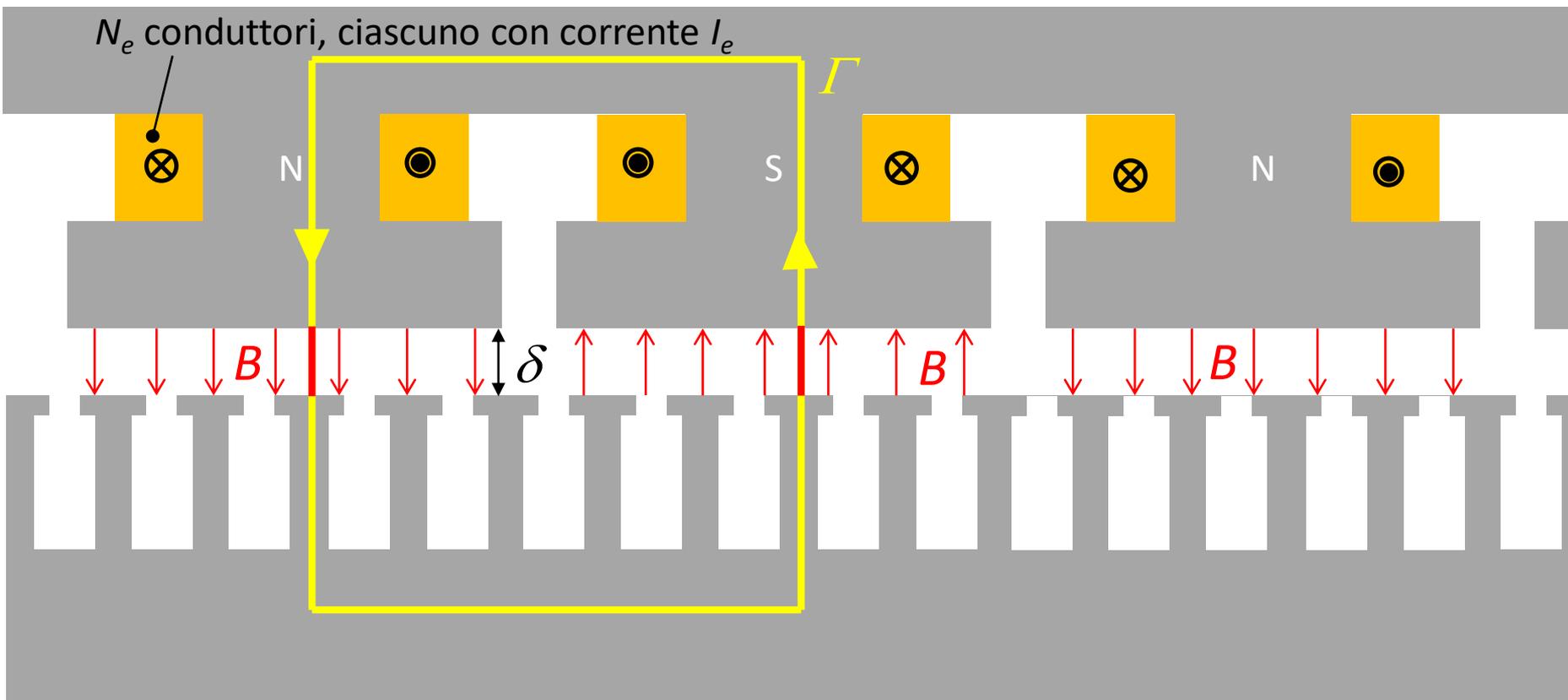
Funzionamento a vuoto = no correnti di armatura → no coppia all'asse

E' attivo solo il circuito di campo (o «di eccitazione»), che genera un flusso Φ per ogni polo



Vogliamo calcolare la forza elettromotrice E che si induce nell'avvolgimento di armatura (e compare ai capi dei suoi terminali) quando la macchina funziona a vuoto con flusso per polo Φ e ruotando a velocità Ω .

Calcolo del campo e flusso a vuoto



N_e conduttori di campo (eccitazione)

I_e corrente di campo (eccitazione)

δ : ampiezza del traferro

Si consideri la curva chiusa orientata Γ . Il teorema della circuitazione lungo tale curva dà:

$$\oint_{\Gamma} \mathbf{H} \cdot d\mathbf{s} = 2N_e I_e \quad (1a)$$

Se il nucleo magnetico ha permeabilità magnetica tendente all'infinito (cioè se si trascura la saturazione magnetica), sappiamo che il campo H nel nucleo stesso tende a zero.

Quindi l'integrale di circuitazione dà contributo non nullo solo sui tratti gialli (collocati nel traferro). Si può allora scrivere:

$$\oint_{\Gamma} \mathbf{H} \cdot d\mathbf{s} = 2H\delta = 2N_e I_e \quad (2a)$$

essendo H il campo magnetico [A/m] al traferro. Tale campo è legato alla induzione al traferro B [T] dalla permeabilità magnetica dell'aria:

$$B = \mu_0 H \quad \Rightarrow \quad H = \frac{B}{\mu_0} \quad (3a)$$

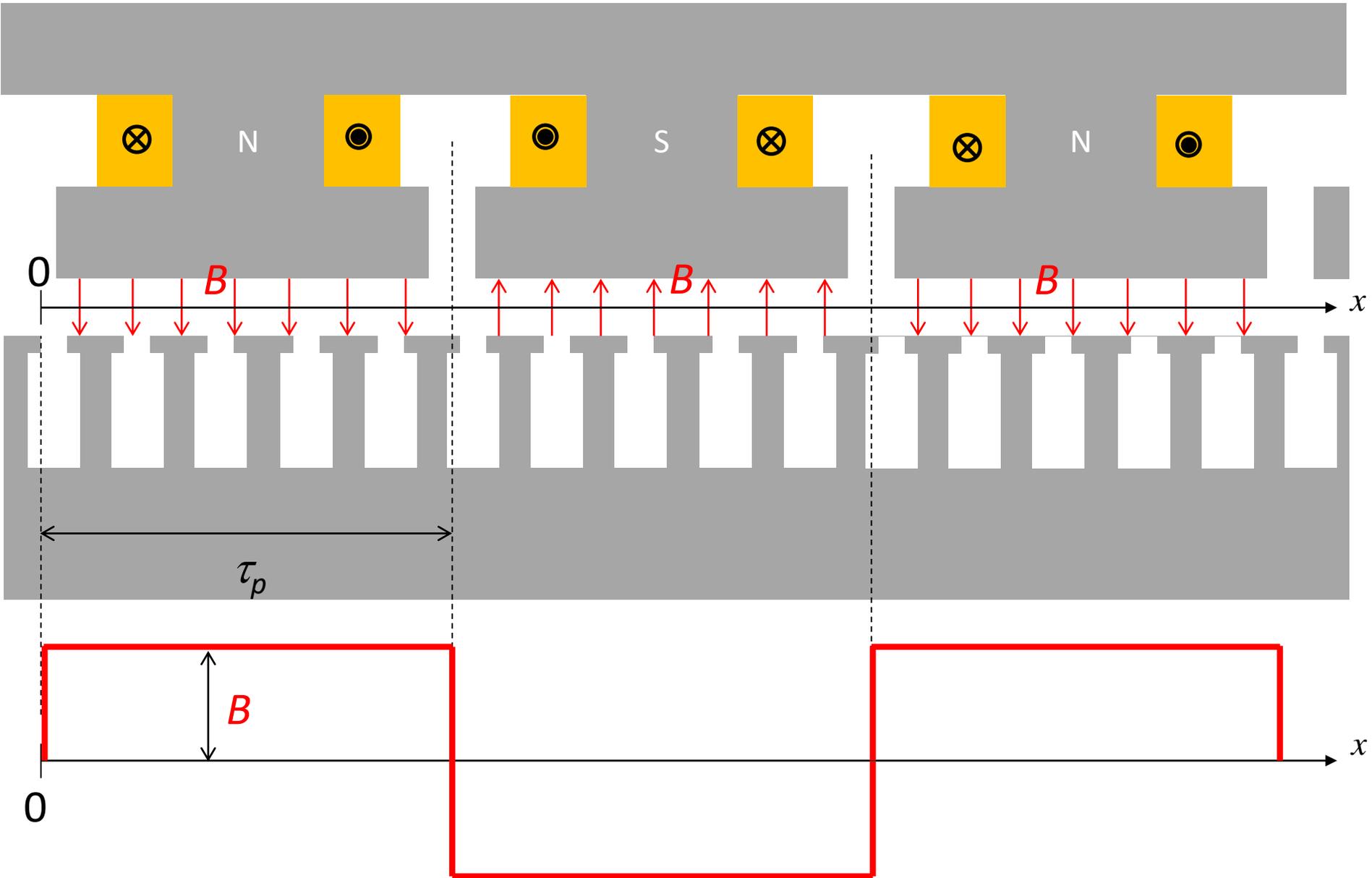
Sostituendo in (2a):

$$2 \frac{B}{\mu_0} \delta = 2N_e I_e \quad \Rightarrow \quad \frac{B}{\mu_0} \delta = N_e I_e \quad \Rightarrow \quad B = \frac{\mu_0 N_e}{\delta} I_e = K_e I_e \quad (4a)$$

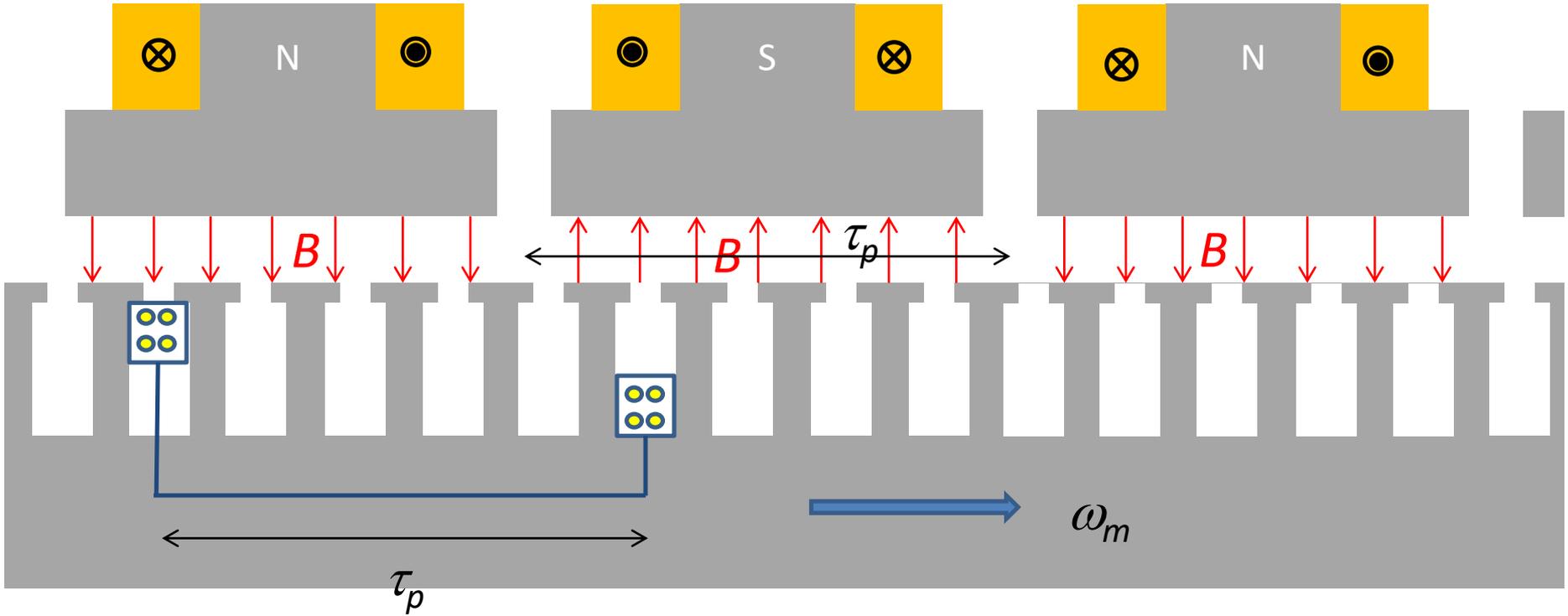
$$K_e = \frac{\mu_0 N_e}{\delta} \quad (5a)$$

Cioè l'induzione B a vuoto è proporzionale alla corrente di eccitazione I_e mediante la costante K_e che dipende dal progetto.

Introduciamo la coordinata lineare x lungo la circonferenza al traferro.



Il diagramma dell'induzione è circa un'onda rettangolare con periodo τ_p e ampiezza B .



Velocità meccanica del rotore Ω [rad/s]

Numero di poli: $2p$

Numero di vie interne: $2a$

Corrente di circuito esterno: I

Corrente di spira: $I_c = I / (2a)$

Flusso per polo: Φ

Corrente che attraversa ogni conduttore di armatura

Lunghezza di macchina: L

Numero di cave rotore: Z

Lunghezza assiale utile dei lati attivi \cong lunghezza del nucleo magnetico

Induzione (circa uniforme) al traferro: B

Numero di spire per bobina: N_{sb}

$$\Phi = B L \tau_p \quad (1)$$

Velocità angolare periferica del rotore:

$$v = \Omega R \quad (2) \quad \tau_p = \frac{2\pi R}{2p}$$

Reggio al traferro

Numero totale di conduttori di armatura = N_c

Numero di conduttori di armatura che formano una via interna: $\frac{N_c}{2a}$

Forza elettromotrice indotta in ogni conduttore: $E_c = B L v$

Forza elettromotrice indotta su ogni via interna (tra spazzola «+» e «-»):

$$E = \frac{N_c}{2a} B L v \quad (3)$$

$$E = \frac{N_c}{2a} \left(\frac{\Phi}{L \tau_p} \right) L (\Omega R) = \frac{N_c}{2a} \Phi \frac{1}{\tau_p} \Omega R = \frac{N_c}{2a} \Phi \frac{2p}{2\pi R} \Omega R = \underbrace{\frac{1}{2\pi} \frac{2p}{2a} N_c}_{K_\Phi} \Phi \Omega \quad (4)$$

$$E = K_\Phi \Phi \Omega \quad (5)$$

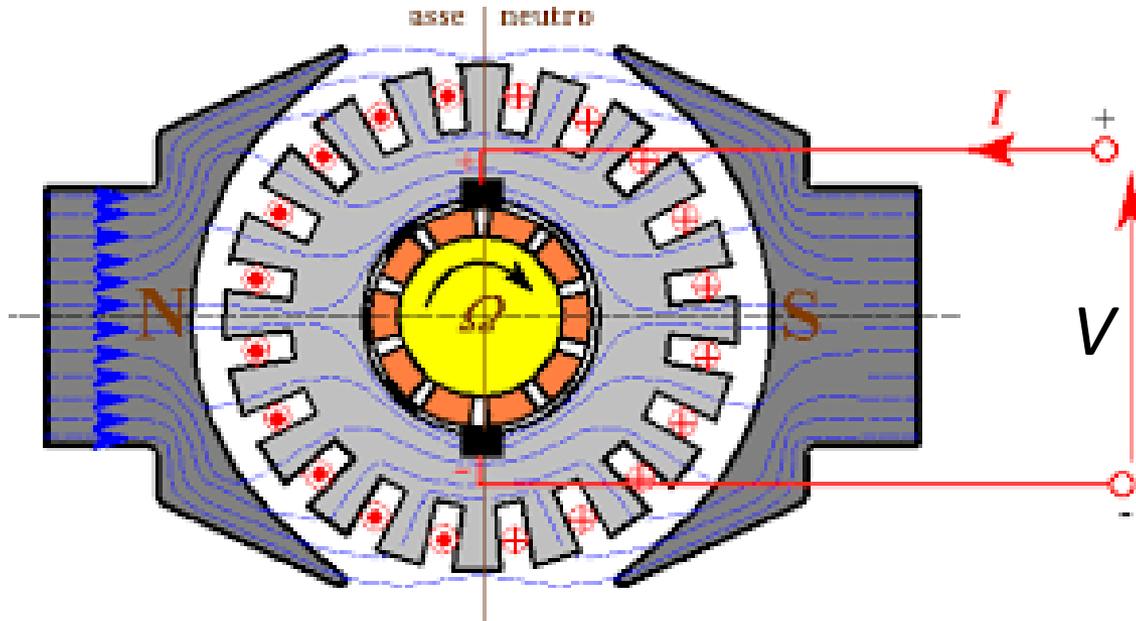
Costante di flusso

$$K_\Phi = \frac{1}{2\pi} \frac{2p}{2a} N_c \quad (6)$$

Funzionamento a carico

Funzionamento a carico = con correnti di armatura → coppia all'asse (motrice o resistente)

E' attivo il circuito di campo (o «di eccitazione»), che genera un flusso Φ per ogni polo



Inoltre attraverso i morsetti di armatura passa una corrente di circuito esterno I , ad esempio entrante come in figura, oppure uscente. Quindi di conduttori di armatura portano corrente.

Vogliamo calcolare la coppia T («torque») che si genera all'asse per interazione tra le correnti di armatura e il campo di eccitazione.

Consideriamo per ora solo il flusso dovuto alla corrente di eccitazione, in quanto si vedrà che, in assenza di saturazione, il campo dovuto alla corrente di armatura non dà effetto sulla coppia.

Su ciascun conduttore di armatura si genera una forza di Lorenz pari a:

$$F_c = B I_c L \quad (7)$$

essendo L la lunghezza assiale di lato attivo.

$$I_c = \frac{I}{2a} \quad (8)$$

└─── Corrente che passa nel singolo conduttore di armatura
└─── Corrente di circuito esterno
└─── Numero di vie interne

$$\Phi = B L \tau_p = B L \frac{2\pi R}{2p} \Rightarrow B = \frac{2p \Phi}{2\pi R L} \quad (9)$$

Quindi la forza su ciascun conduttore è:

$$F_c = B I_c L = \left(\frac{2p \Phi}{2\pi R L} \right) \left(\frac{I}{2a} \right) L = \frac{1}{2\pi} \frac{2p}{2a} \Phi \frac{I}{R} \quad (10)$$

Il contributo di coppia dovuto ad ogni singolo conduttore è quindi:

$$T_c = F_c R = \frac{1}{2\pi} \frac{2p}{2a} I \Phi \quad (11)$$

Sommando su tutti gli N_c conduttori di armatura si ha la coppia totale:

$$T = T_c N_c = \frac{1}{2\pi} \frac{2p}{2a} N_c I \Phi = K_T I \Phi \quad (12)$$

└─── K_T Coefficiente di coppia

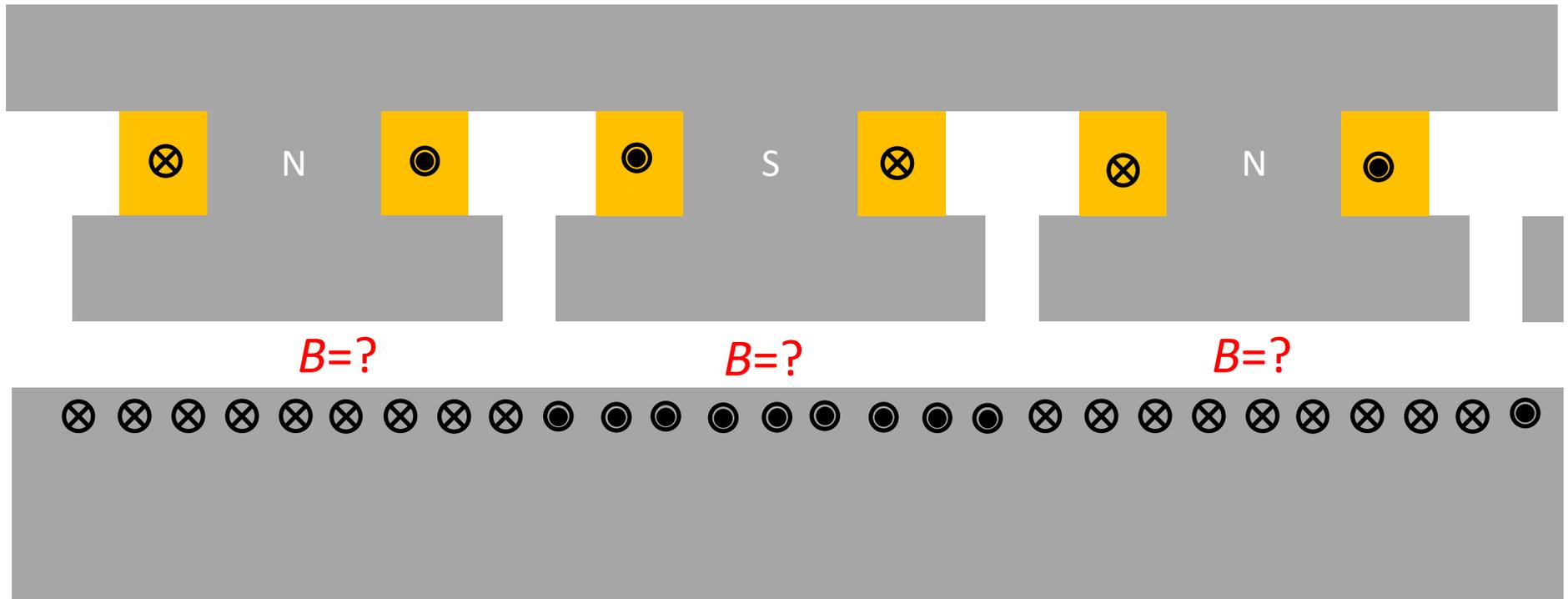
Abbiamo così dimostrato che il coefficiente di coppia e il coefficiente di flusso sono uguali. Pertanto conviene introdurre un unico coefficiente K da usare sia per il calcolo della f.e.m. sia della coppia:

$$K = K_{\Phi} = K_T = \frac{1}{2\pi} \frac{2p}{2a} N_c \quad (13)$$

$$E = K \Phi \Omega \quad (14)$$

$$T = K \Phi I \quad (15)$$

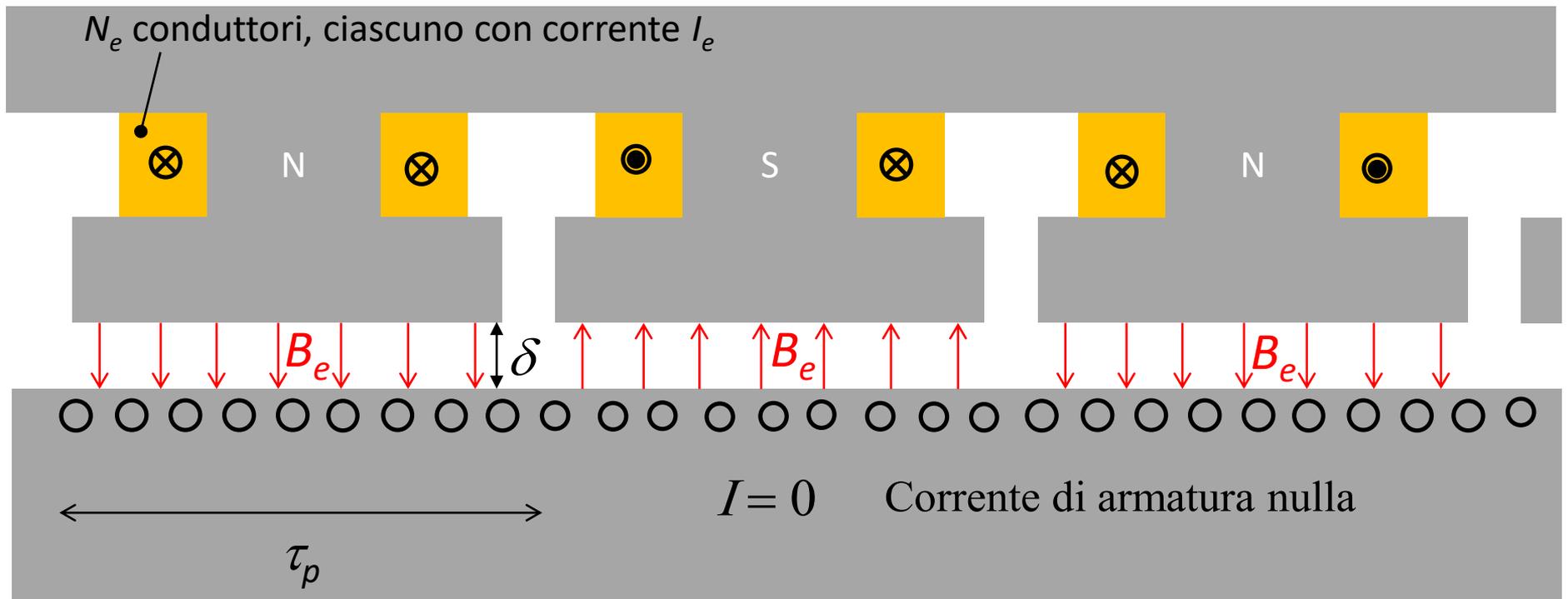
Campo al traferro a carico



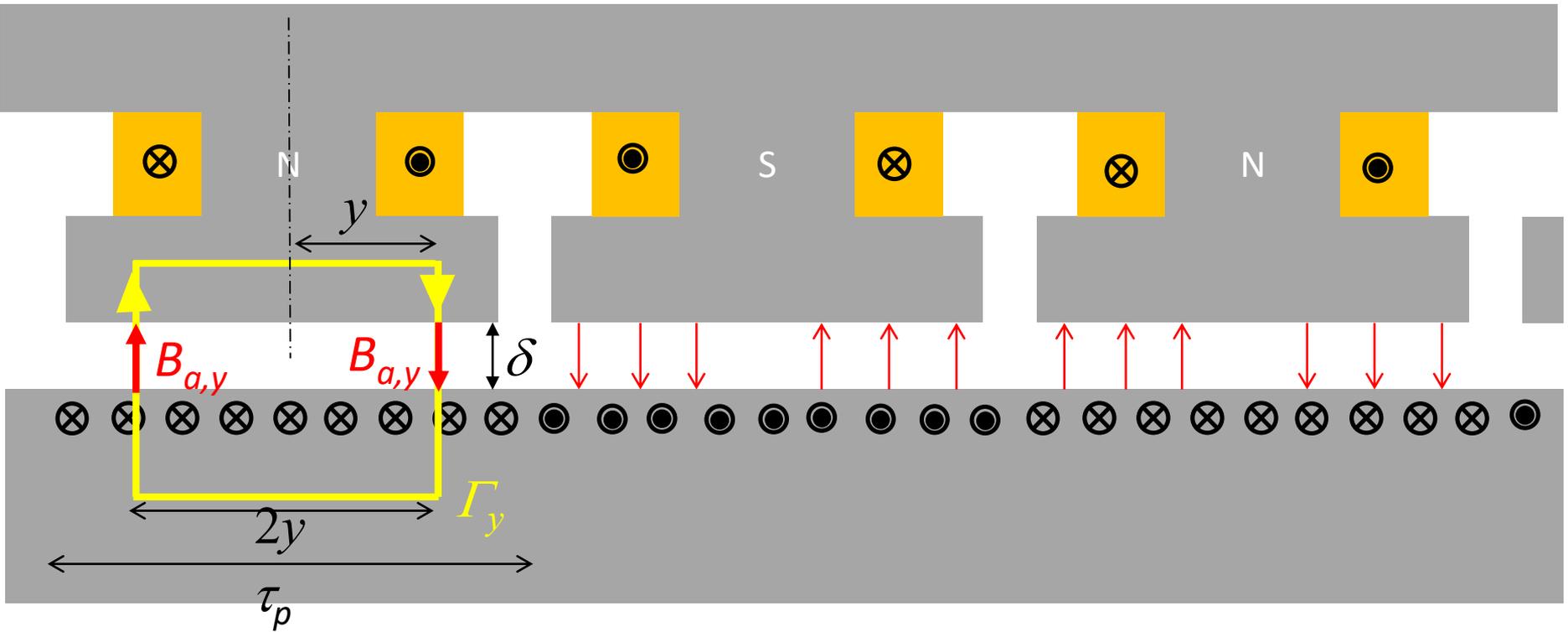
Se si trascura la saturazione, vale il principio di sovrapposizione degli effetti. Cioè l'induzione totale B si può trovare come somma dell'induzione B_e dovuta al circuito di eccitazione e dell'induzione B_a dovuta alle correnti di armatura.

$$B = B_e + B_a \quad (1b)$$

Campo B_e dovuto alle correnti di eccitazione:



Campo B_a dovuto alle correnti di armatura («reazione di armatura»)



Si prenda la curva chiusa orientata Γ_y , centrata sull'asse polare e di ampiezza $2y$. Il teorema della circuitazione dà:

$$\oint_{\Gamma_y} \mathbf{H} \cdot d\mathbf{s} = I_y \quad (3b)$$

dove I_y è la corrente di armatura abbracciata dalla curva Γ_y . È chiaro che I_y è proporzionale a $2y$, vale zero se $2y=0$ e, se $2y=\tau_p$, è pari alla corrente portata dai conduttori collocati sotto un polo, cioè:

$$I_{2y=\tau_p} = I_c \frac{N_c}{2p} = \left(\frac{I}{2a} \right) \frac{N_c}{2p} = \frac{N_c I}{4ap} \quad (4b)$$

Quindi l'espressione di I_y è:

$$I_y = \frac{N_c I}{4ap} \frac{2y}{\tau_p} \quad (5b)$$

Trascurando la saturazione, il campo H è nullo nel ferro ed è diverso da zero solo al trafero, quindi l'integrale (3b) diventa:

$$\oint_{\Gamma_y} \mathbf{H} \cdot d\mathbf{s} = 2H_{a,y} \delta = I_y \quad (6b)$$

dove $H_{a,y}$ è il campo magnetico a distanza y dall'asse polare: $H_{a,y} = \frac{B_{a,y}}{\mu_0}$ (7b)

essendo $B_{a,y}$ l'induzione al traferro a distanza y dall'asse polare. Quindi la (6b) diventa:

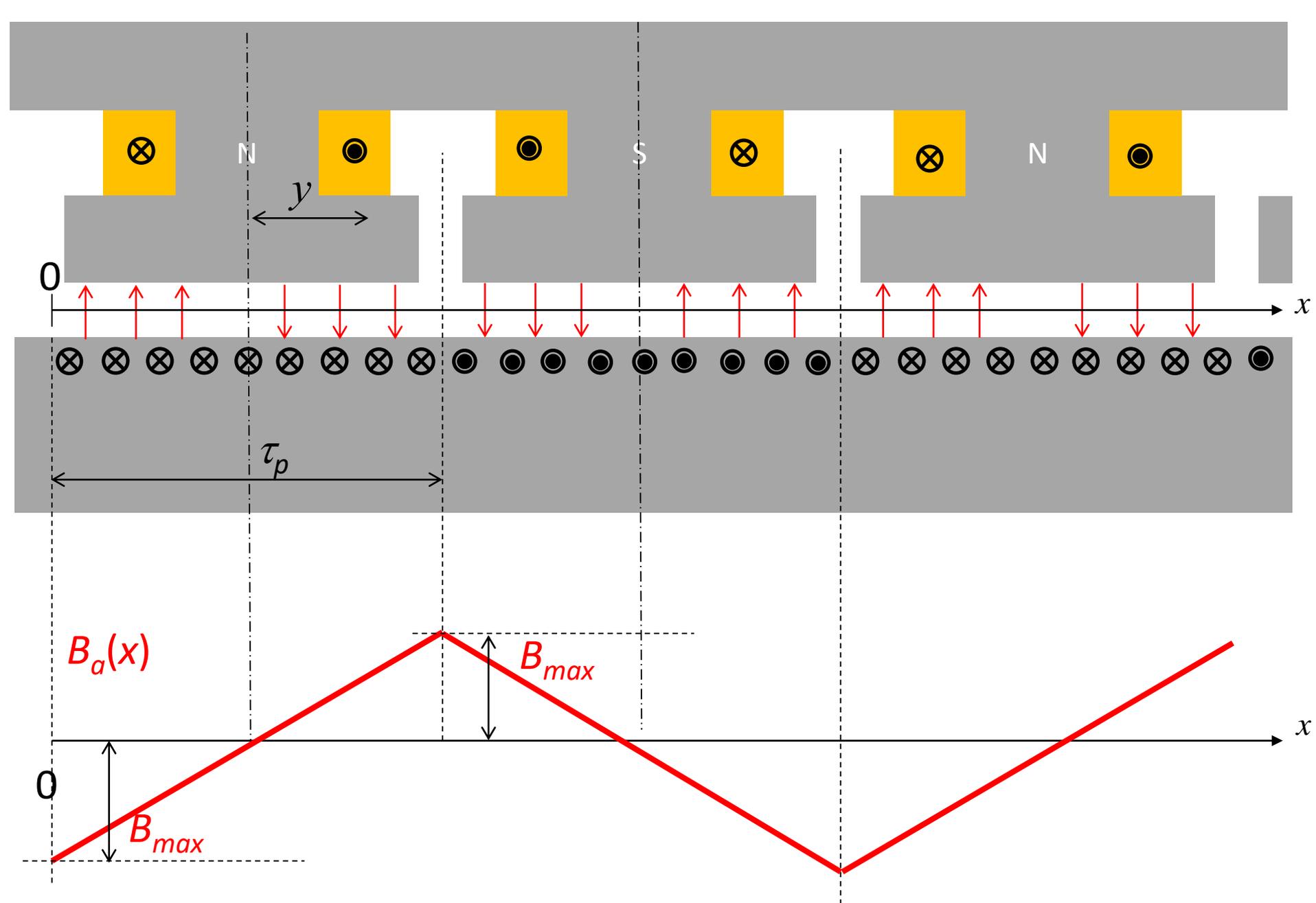
$$2H_{a,y} \delta = 2 \frac{B_{a,y}}{\mu_0} \delta = \frac{N_c I}{4ap} \frac{2y}{\tau_p} \Rightarrow B_{a,y} = \underbrace{\frac{\mu_0 N_c I}{\delta 8ap}}_{B_{a,\max}} \frac{2y}{\tau_p} \quad (8b)$$

$$B_{a,\max} = \frac{\mu_0}{\delta} \frac{N_c I}{8ap} \quad (9b)$$

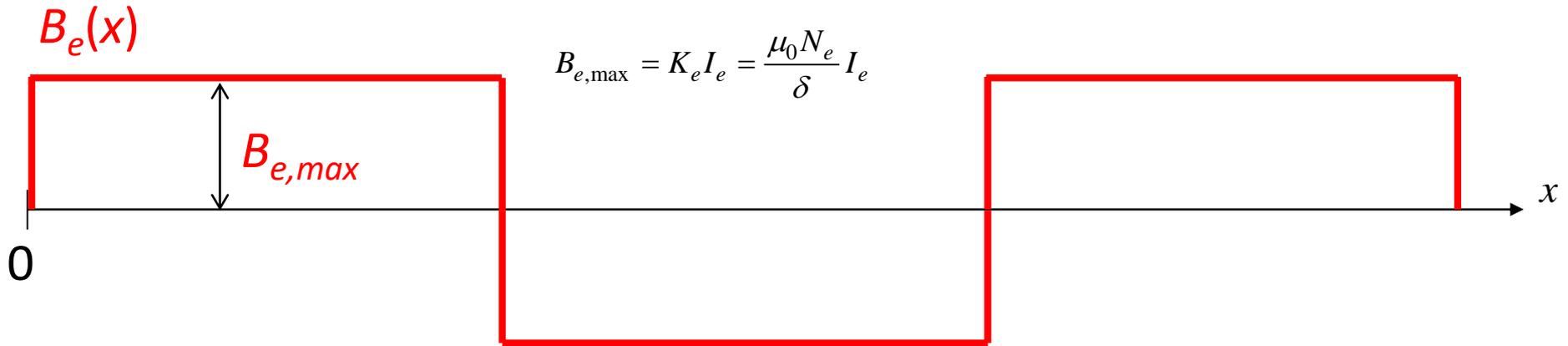
Quindi l'induzione al traferro dovuta alla reazione di armatura si può esprimere come:

$$B_{a,y} = B_{a,\max} \frac{2y}{\tau_p} \quad (10b)$$

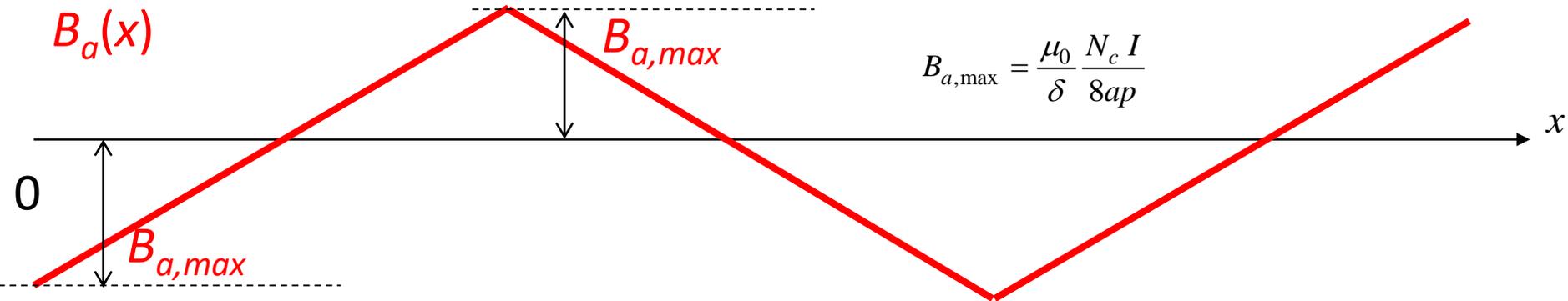
essendo y la distanza dall'asse del polo.



Campo dovuto alla corrente di eccitazione:



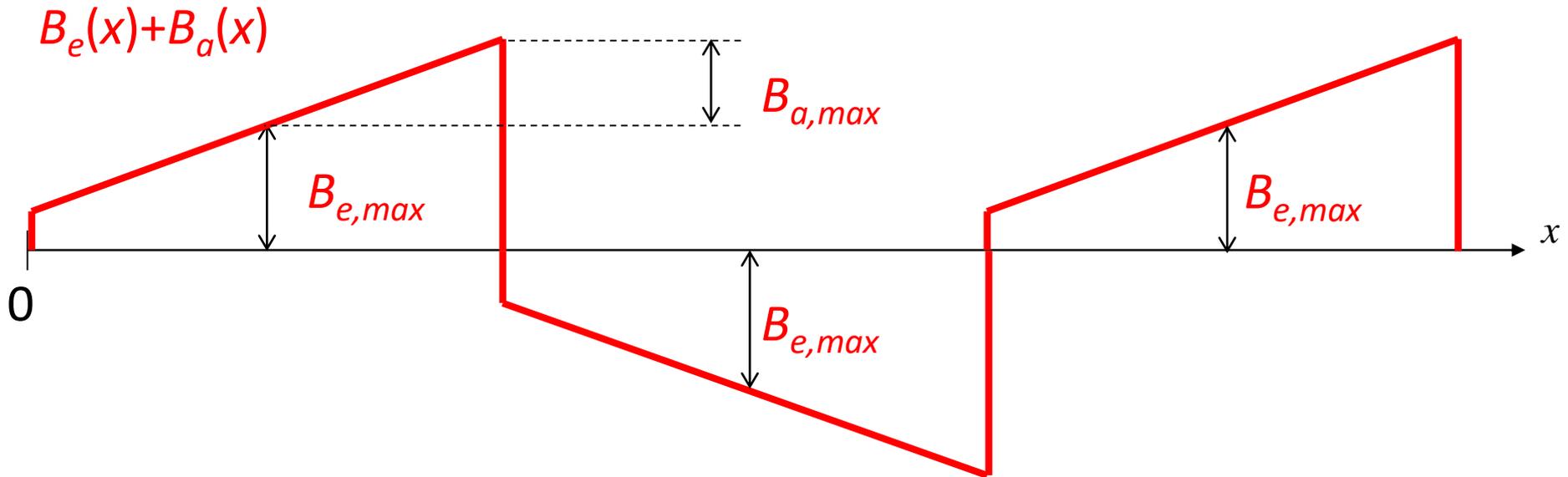
Campo dovuto alla corrente di armatura:



Campo totale al traferro a carico

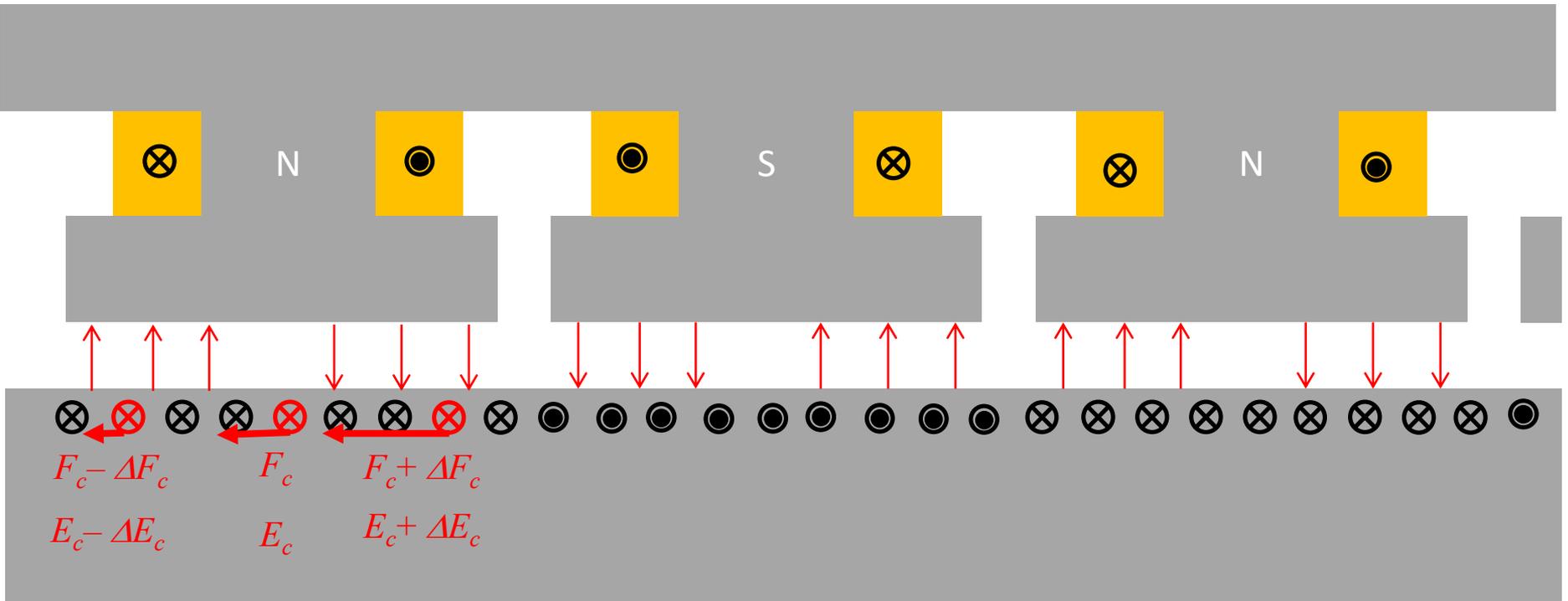
$$B_{e,\max} = K_e I_e = \frac{\mu_0 N_e}{\delta} I_e$$

$$B_{a,\max} = \frac{\mu_0}{\delta} \frac{N_c}{8ap} I$$



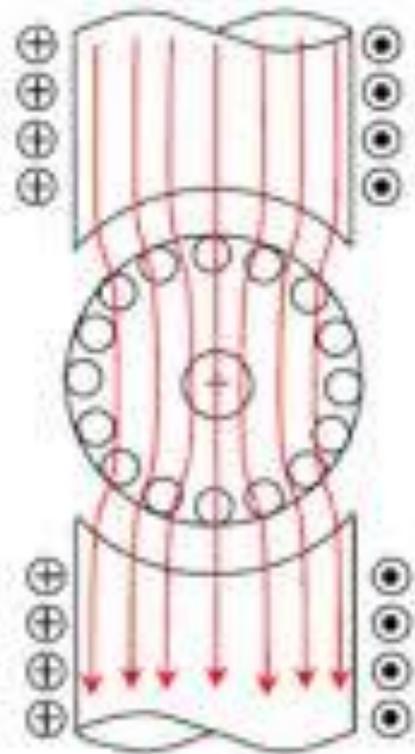
Quanto sopra vale in condizioni ideali di ferro infinitamente permeabile (cioè in assenza di saturazione) in quanto solo in tale condizione vale il principio di sovrapposizione degli effetti.

Si noti che, sotto tale ipotesi, il campo sotto un polo non è uniforme come a vuoto, ma il suo valore medio non cambia, cioè il flusso per polo Φ è identico a quello a vuoto. E' facile vedere che, anche se la f.e.m. indotta e la forza variano da un conduttore all'altro, gli effetti della reazione di armatura si compensano tra una metà e l'altra del polo, cosicché la f.e.m. totale E e la coppia totale T non cambiano rispetto ai valori calcolati senza reazione di armatura.

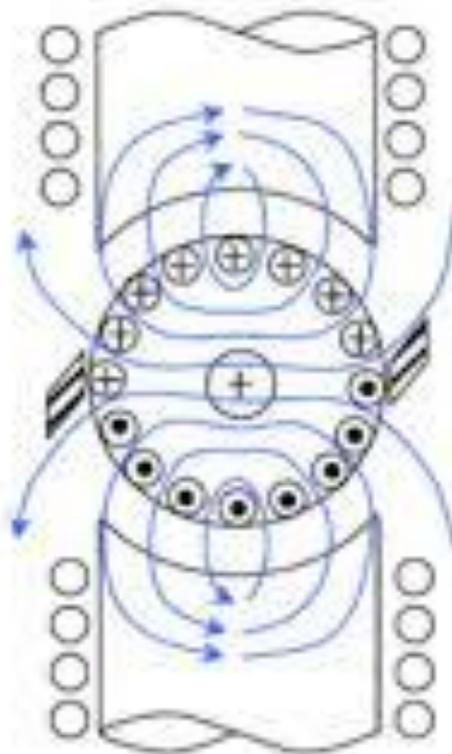


Ad esempio i tre conduttori sopra (disposti simmetricamente rispetto all'asse polare) sviluppano diverse forze e sono sede di diverse forze elettromotrici rispetto al funzionamento a vuoto, ma le variazioni si compensano, cosicchè la forza totale e la f.e.m. totale sono le stesse di quelle calcolate considerando solo il campo di eccitazione.

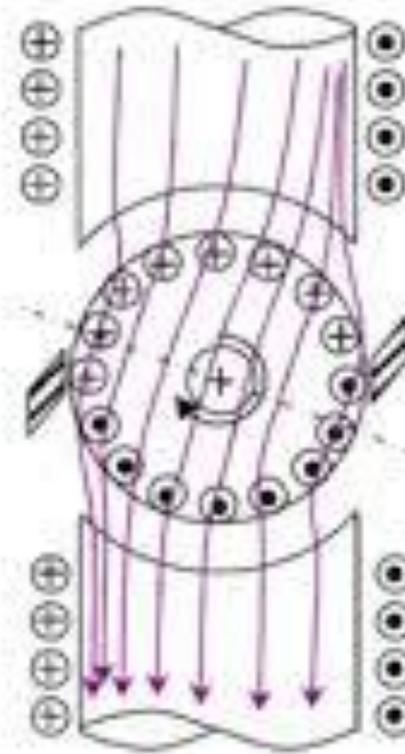
In termini di linee di flusso:



Campo a vuoto



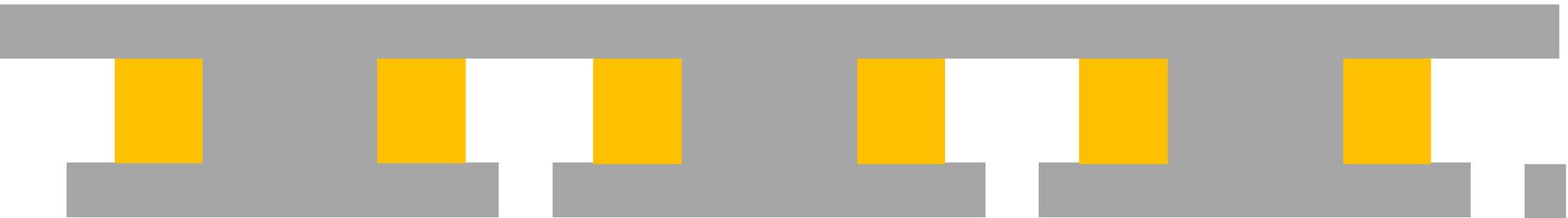
Reazione di
armatura



Campo totale a
carico

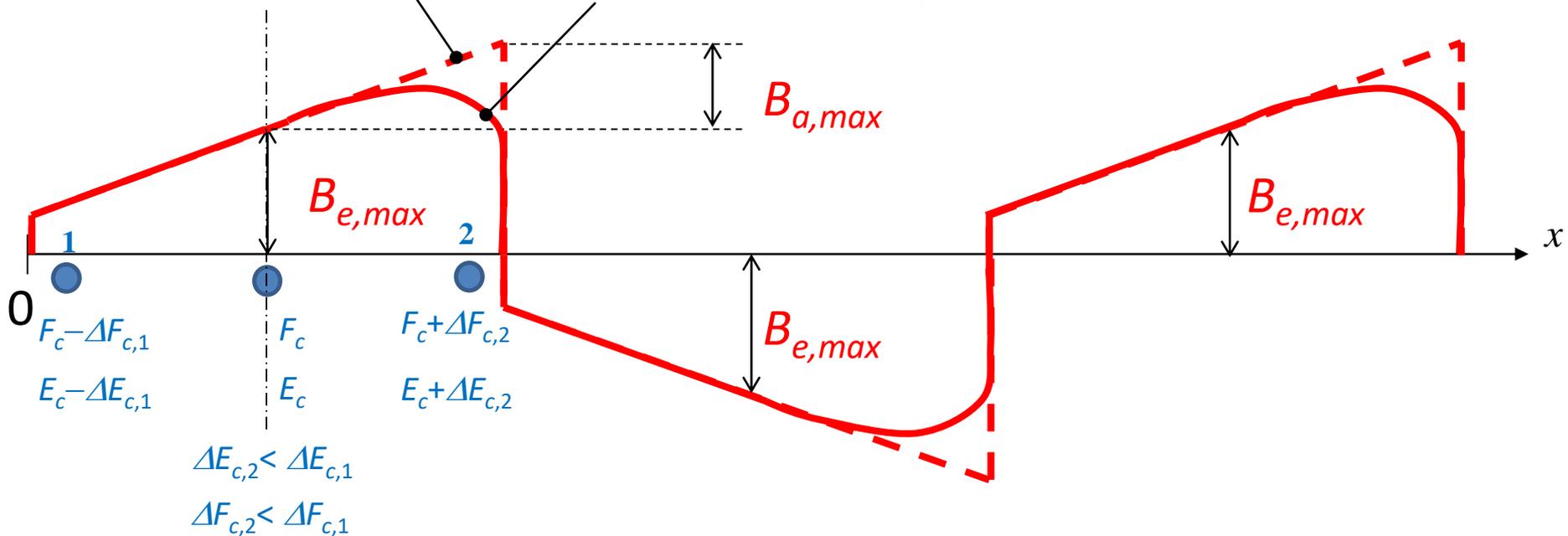
Un lato della scarpa polare si scarica magneticamente, mentre l'altro tende a saturare.

In presenza di saturazione magnetica:



Andamento teorico (senza saturazione)

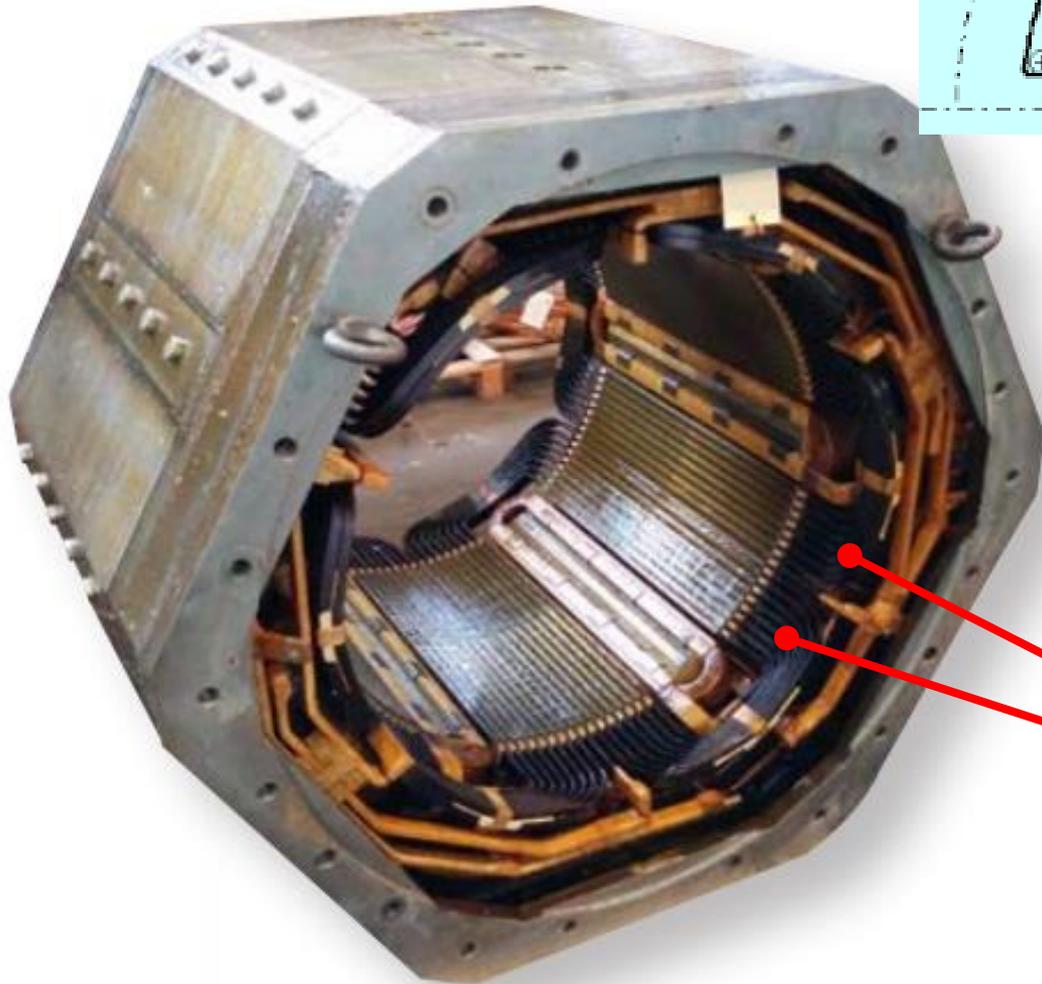
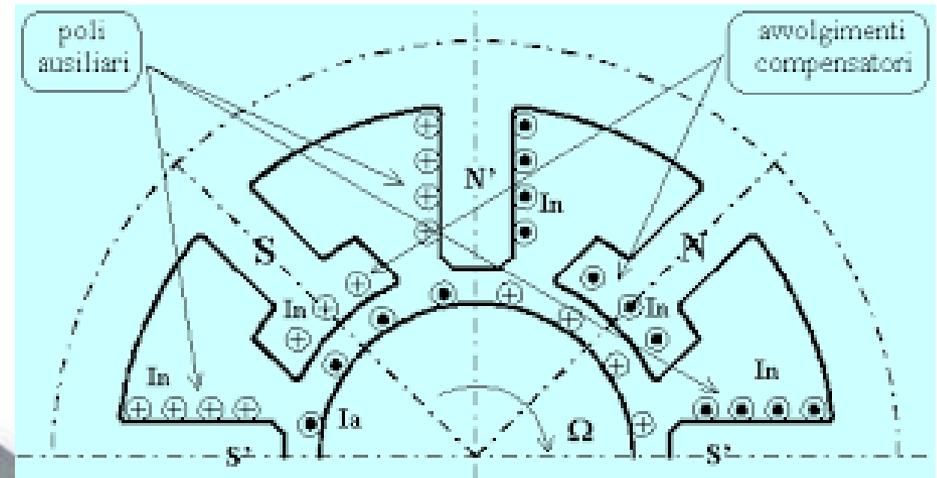
Andamento effettivo (in presenza di saturazione)



I contributi di coppia e f.e.m. per i due conduttori (1 e 2) disposti simmetricamente rispetto all'asse polare non si compensano più.

Pertanto la coppia e la forza elettromotrice complessive della macchina a carico risultano inferiori a quelle calcolabili considerando il solo flusso di eccitazione.

L'effetto negativo della reazione di armatura può essere attenuato collocando, in apposite cave ricavate nella scarpa polare, un avvolgimento di compensazione il quale produce un campo opposto a quello di armatura.

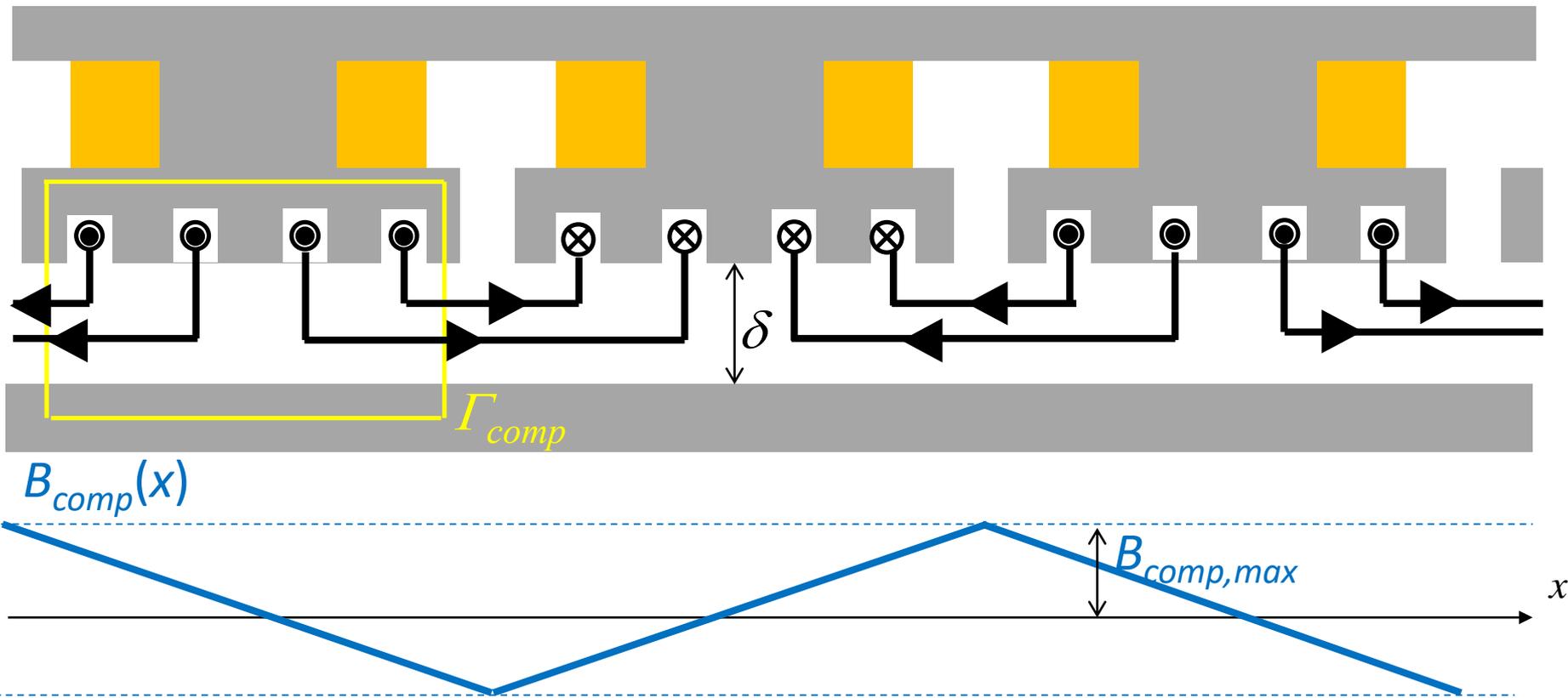


Avvolgimenti di compensazione

Numero totale di conduttori di compensazione: N_{comp}

Corrente attraverso i conduttori di compensazione: I_{comp}

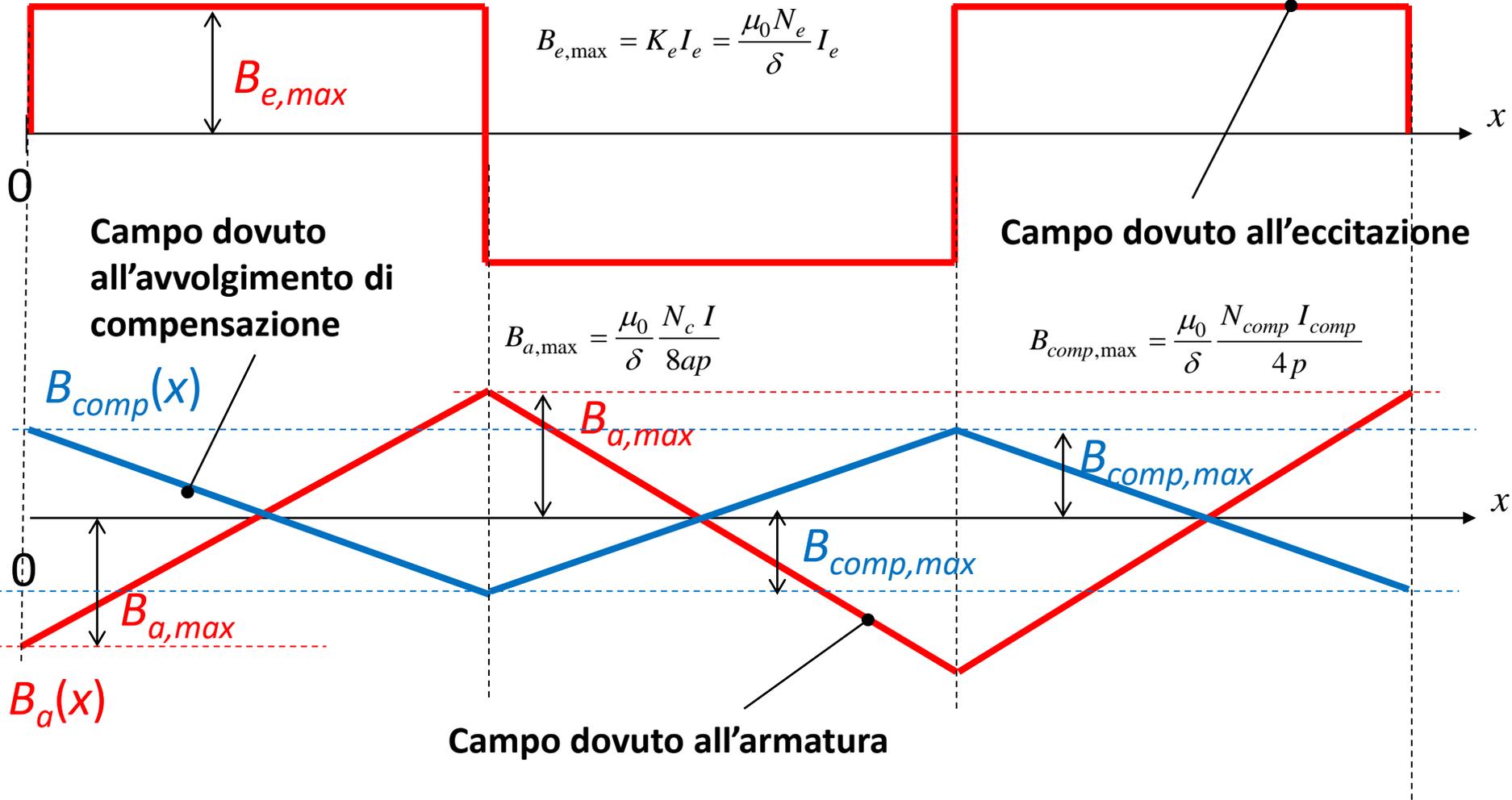
Campo di induzione al traferro dovuto all'avvolgimento di compensazione: $B_{comp}(x)$



Applicando il teorema della circuitazione alla curva Γ_{comp} :

$$2 \frac{\delta}{\mu_0} B_{comp,max} = \frac{N_{comp} I_{comp}}{2p} \Rightarrow B_{comp,max} = \frac{\mu_0}{\delta} \frac{N_{comp} I_{comp}}{4p}$$

$B_e(x)$ Andamento teorico (senza saturazione)



Affinchè l'avvolgimento di compensazione sia efficace, i valori $B_{a,max}$ e $B_{comp,max}$ devono essere proporzionali per ogni carico, cioè per ogni corrente di armatura I .

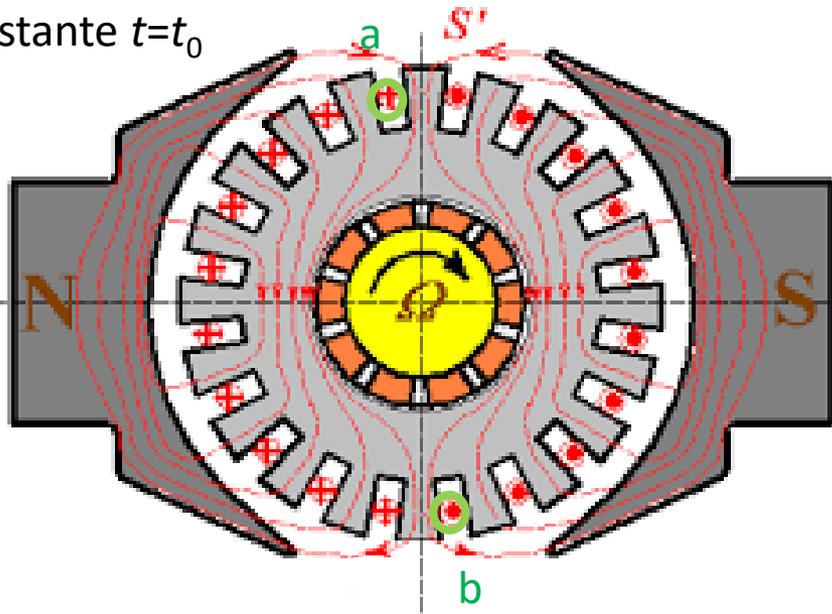
Ciò è normalmente ottenuto collegando l'avvolgimento di compensazione in serie con quello di armatura. In tal modo:

$$I_{comp} = I$$

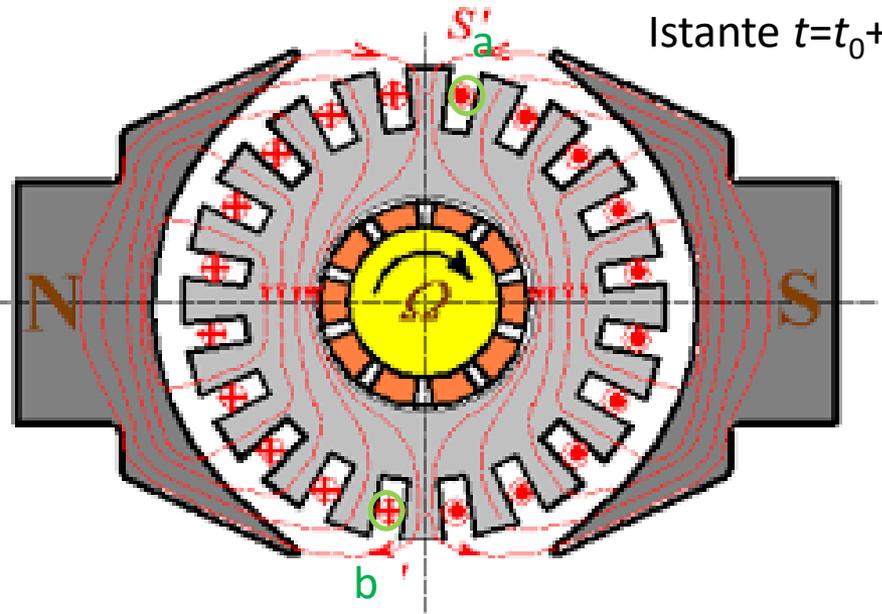
$$B_{a,max} = \frac{\mu_0}{\delta} \frac{N_c}{8ap} I \quad \propto \quad B_{comp,max} = \frac{\mu_0}{\delta} \frac{N_{comp}}{4p} I$$

Transitorio di commutazione

Istante $t=t_0$



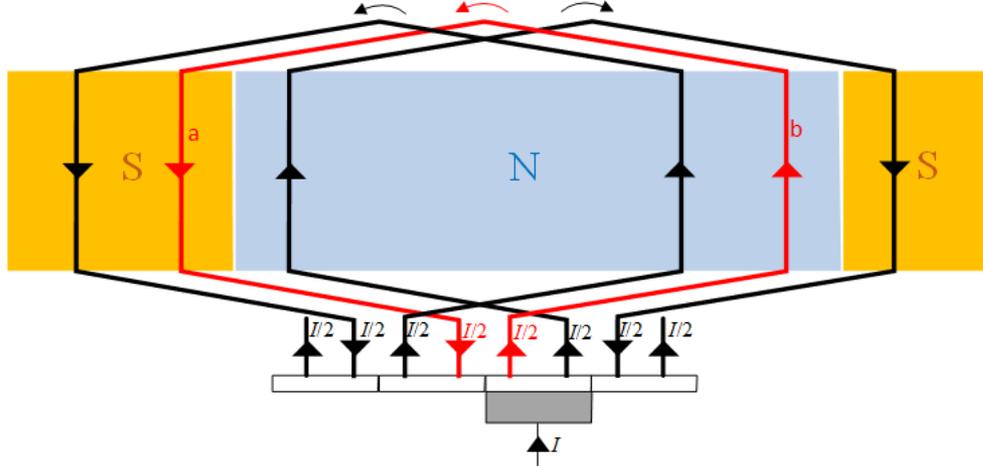
Istante $t=t_0+\Delta t$



Consideriamo la macchina in due istanti di tempo t_0 e $t_0+\Delta t$ tali che Δt è l'intervallo di tempo impiegato dal rotore per avanzare di un passo cava. Consideriamo, nei due istanti, la bobina avente lati attivi a e b .

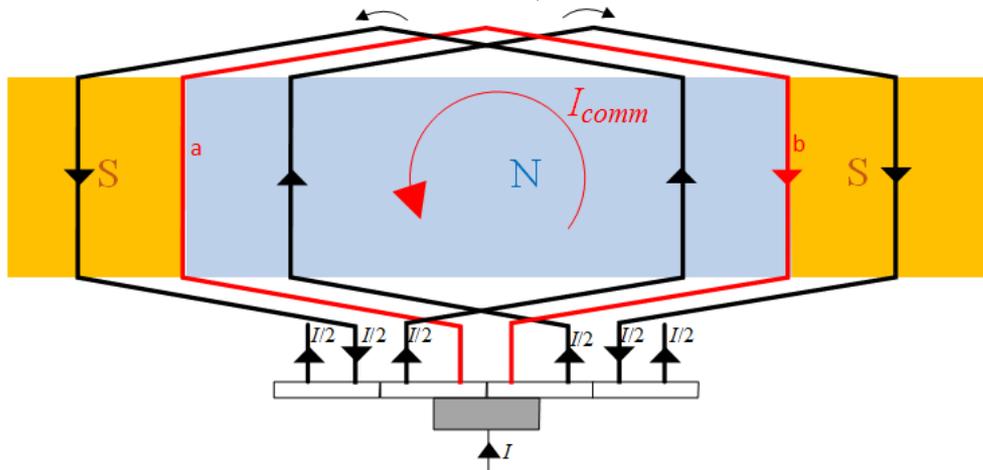
All'istante t_0 la spira porta corrente in un senso (lato attivo a corrente entrante, lato attivo b corrente uscente); all'istante $t_0+\Delta t$ la stessa bobina è percorsa da corrente in senso opposto (lato attivo a corrente uscente, lato attivo b corrente entrante).

Si comprende quindi che, durante l'intervallo Δt la corrente all'interno della bobina $a-b$ si deve invertire. Tale inversione della corrente prende il nome di **commutazione** e rappresenta un evento molto delicato nel funzionamento della macchina in corrente continua.



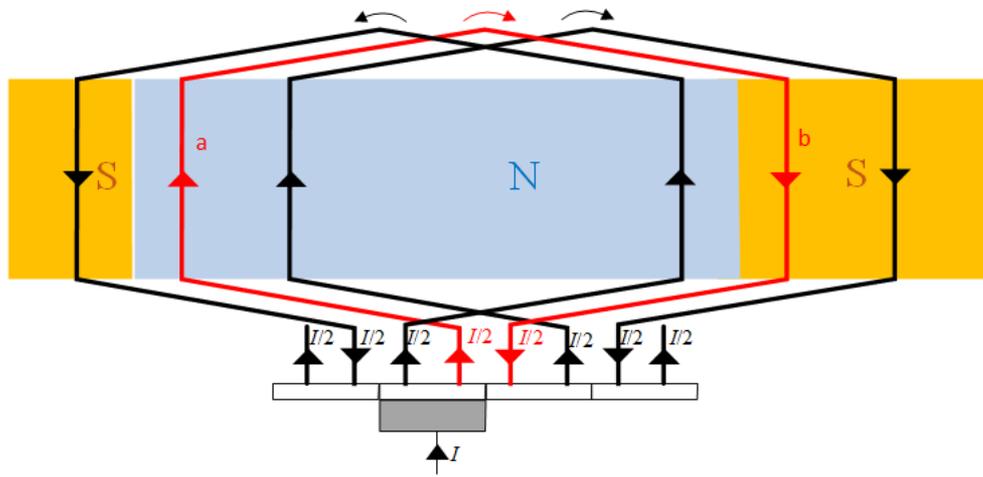
Istante $t=t_0$

La bobina «a-b» si trova col lato «a» sotto il polo S e col lato «b» sotto il polo N. Nella spira agisce una f.e.m. in senso antiorario concorde con il verso della corrente $I/2$ che la percorre.



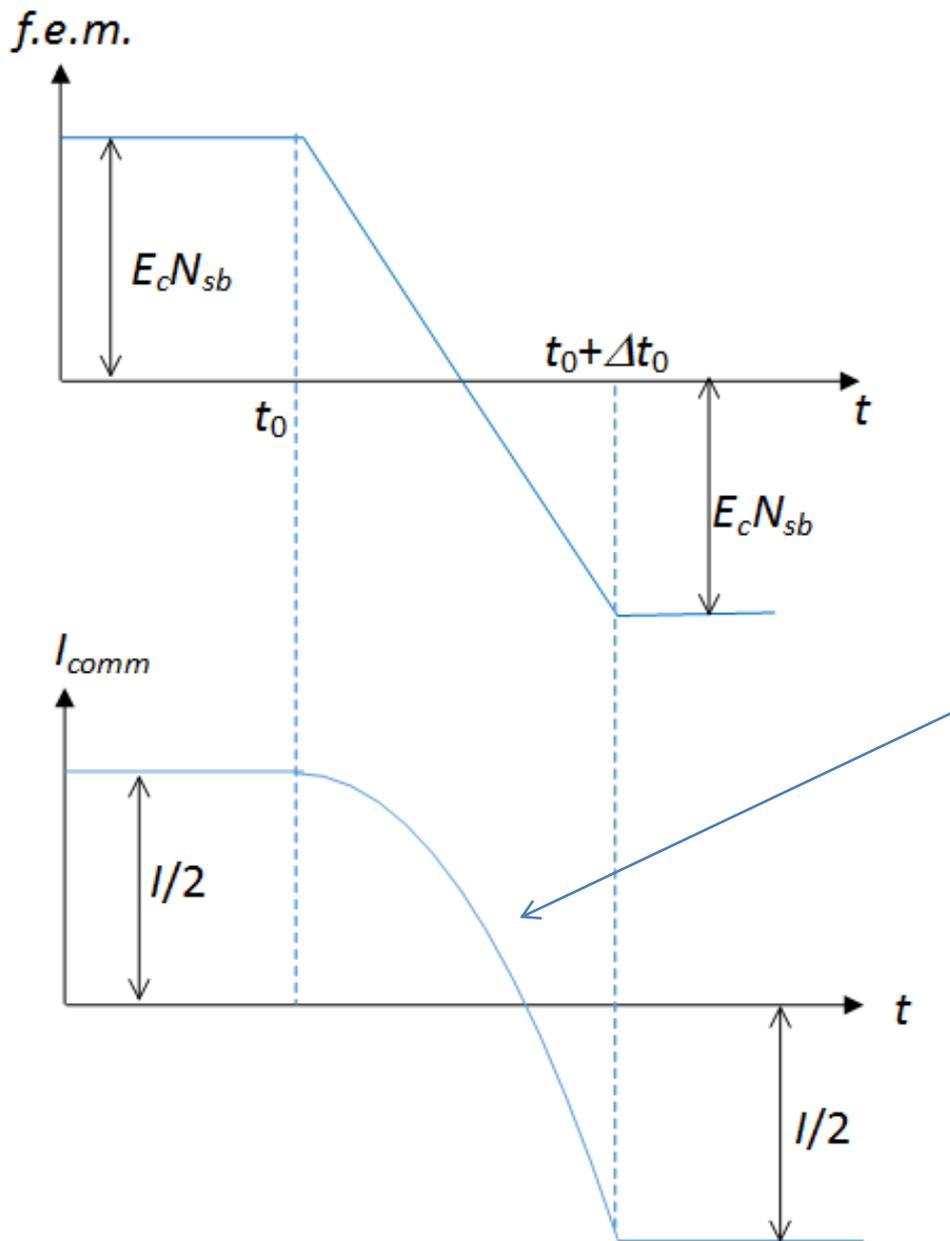
Istante $t=t_0+(\Delta t/2)$

La bobina «a-b» si trova coi lati «a» e «b» nella zona interpolare (neutra) ed è messa in corto circuito dalla spazzola. Nella spira agisce una f.e.m. nulla, per cui la corrente tende a diminuire, ossia nella bobina circola una corrente variabile I_{comm} che tende a decrescere dal valore $I/2$ verso zero (e poi a cambiare verso) secondo un transitorio esponenziale tipico di circuito RL.



Istante $t=t_0+\Delta t$

I lati «a» e «b» di bobina arrivano rispettivamente sotto i poli N e S. Ciò induce nella spira una f.e.m. in senso orario che porta la corrente a di commutazione ad invertirsi fino ad assumere il valore $I/2$ in senso orario.

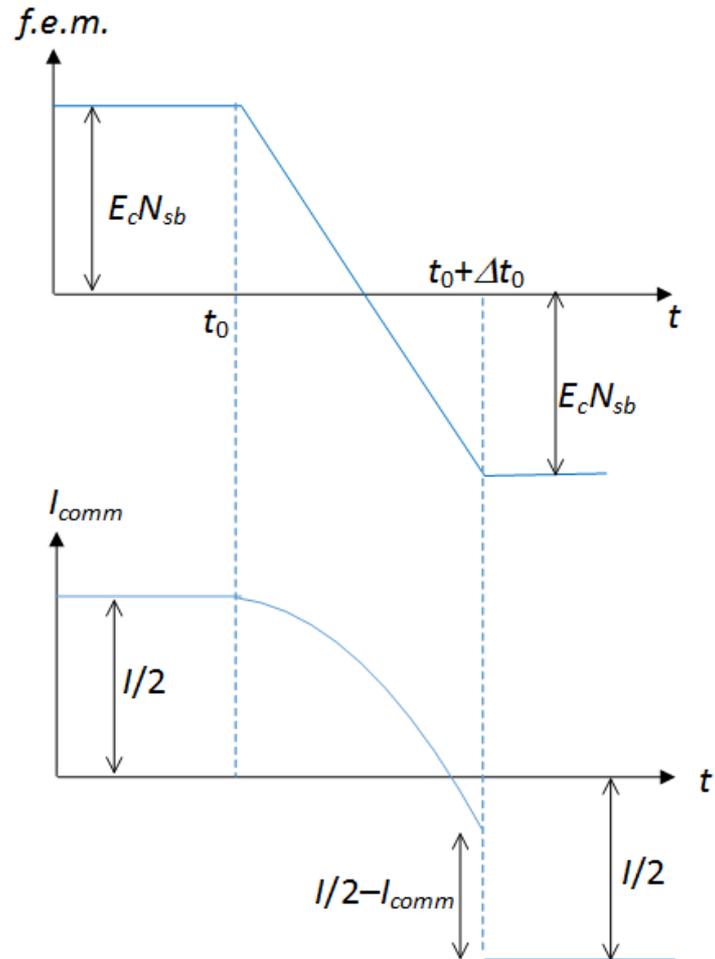


Transitorio di commutazione di tipo R-L

R : resistenza della bobina in commutazione (incluse lamelle e spazzole)

L : induttanza («di commutazione») della bobina in commutazione

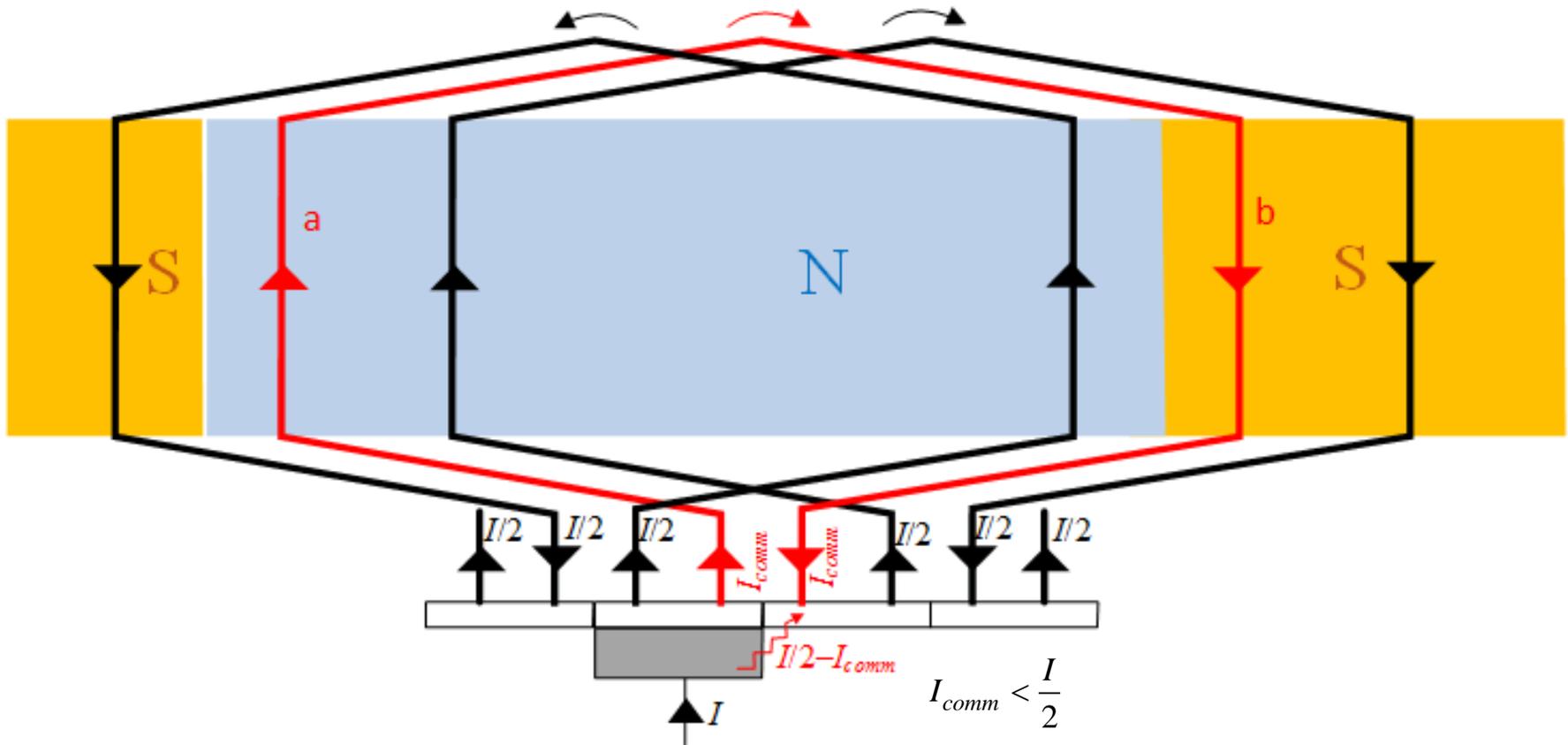
Se il transitorio non è sufficientemente rapido (ad esempio induttanza di commutazione elevata), la corrente nella bobina di commutazione all'istante $t=t_0+\Delta t_0$ non ha ancora raggiunto $I/2$ in senso orario.

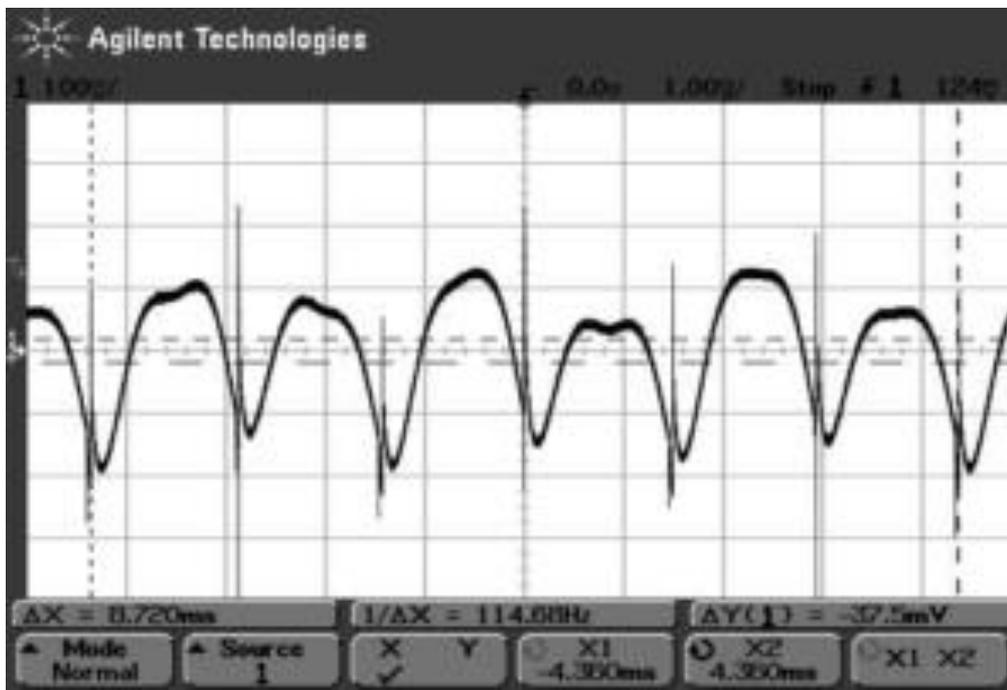


Se la macchina è connessa ad un circuito esterno induttivo, la corrente di circuito esterno si può immaginare costante e, quindi, anche la corrente di spazzola I .

Pertanto, affinché sia rispettato il bilancio delle correnti entranti ed uscenti (primo principio di Kirchhoff) per le lamelle connesse alla bobina in commutazione, è necessario che la corrente $I/2 - I_{comm}$ passi tra la spazzola e la lamella non in contatto galvanico con essa. Pertanto, tale corrente deve transitare nella forma di scarica elettrica in aria (scintillio, usura delle spazzole, rischio esplosioni in presenza di atmosfere esplosive).

La rapida estinzione della corrente di scarica, vista l'induttanza di commutazione, determina uno «spike» di tensione (stesso effetto prodotto dall'apertura di un interruttore).





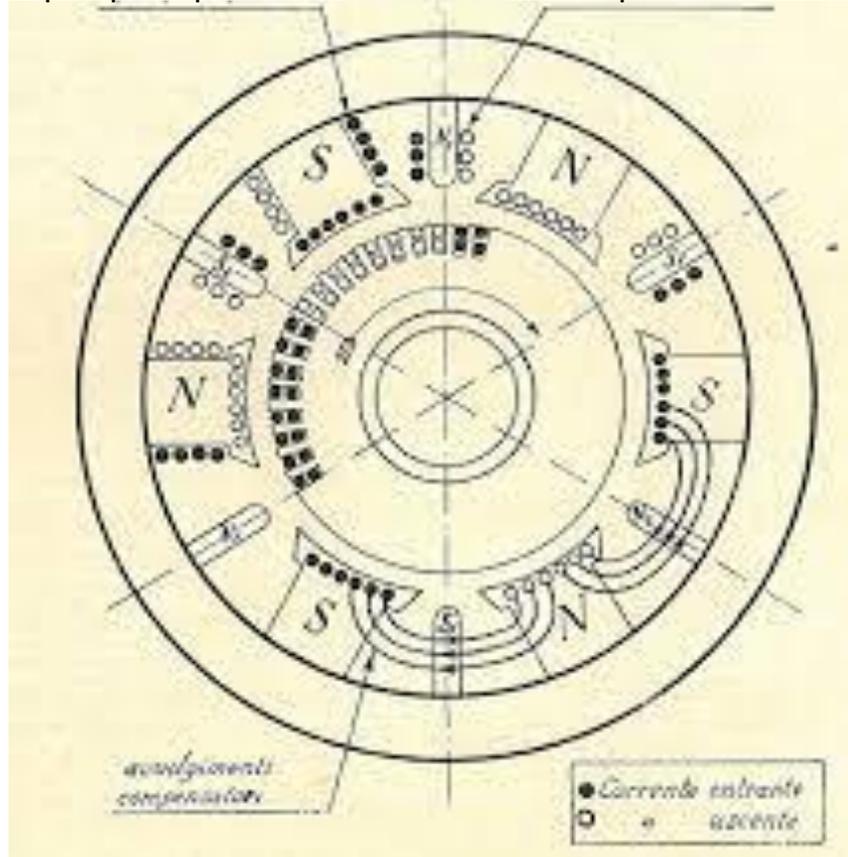
Ondulazioni di tensione ai morsetti di macchina dovute ai fenomeni di commutazione

Se, invece, il circuito esterno ammette oscillazioni di corrente, allora i fenomeni di scarica saranno più contenuti ma si verificherà una ondulazione della corrente di circuito esterno dovuta alla commutazione.

Per evitare problemi di scintillio, scariche, impulso di tensione e/o ondulazioni di corrente, si usa progettare la macchina in modo che una stessa spazzola copra più lamelle di collettore.

Avvolgimento induttore
poli principali

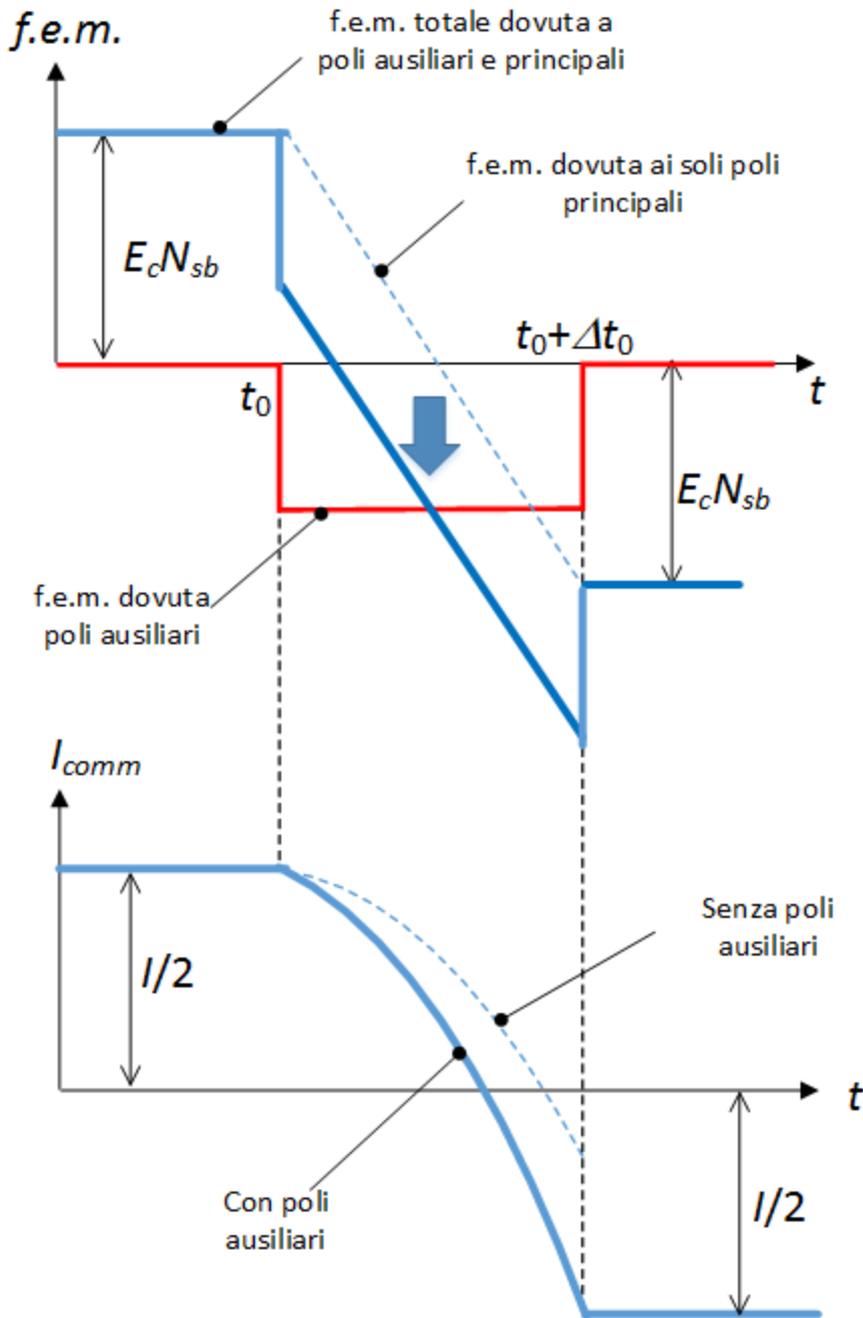
Avvolgimento induttore
poli ausiliari



Ulteriore provvedimento è quello di prevedere poli ausiliari sull'asse neutro (interpolare).

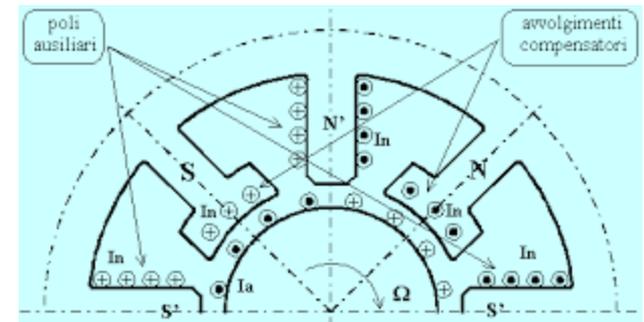
L'avvolgimento dei poli ausiliari è percorso dalla corrente di armatura, in quanto l'azione del polo ausiliari deve essere tanto maggiore quanto più alto è il carico (cioè la corrente di armatura).

Infatti, si tratta di forzare, nell'intervallo di commutazione, la corrente nella spira di commutazione tra $+I/2$ e $-I/2$.

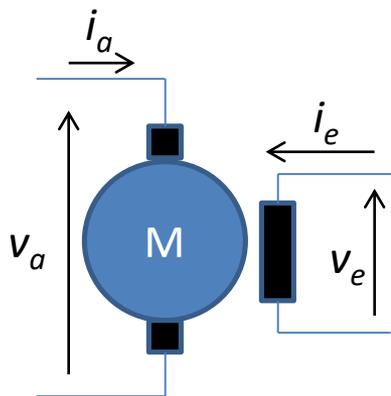


NB

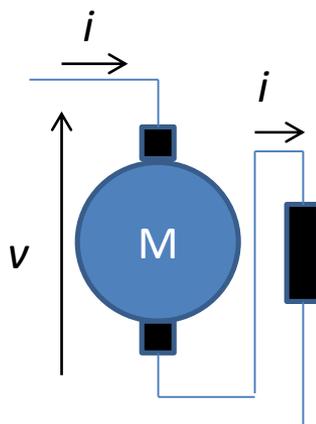
E' evidente che, affinché siano efficaci, i poli ausiliari devono produrre una f.e.m. concorde con quella dovuta ai poli verso i quali i lati attivi della bobina di commutazione transitano durante il transitorio di commutazione.



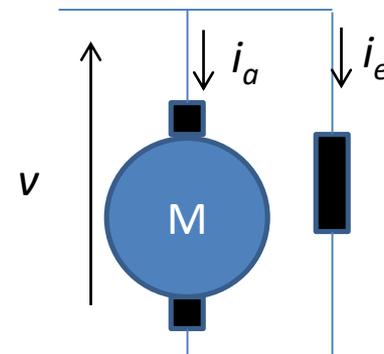
Classificazione in base alla connessione tra circuito di armatura e circuito di eccitazione



Ad eccitazione indipendente



Ad eccitazione serie



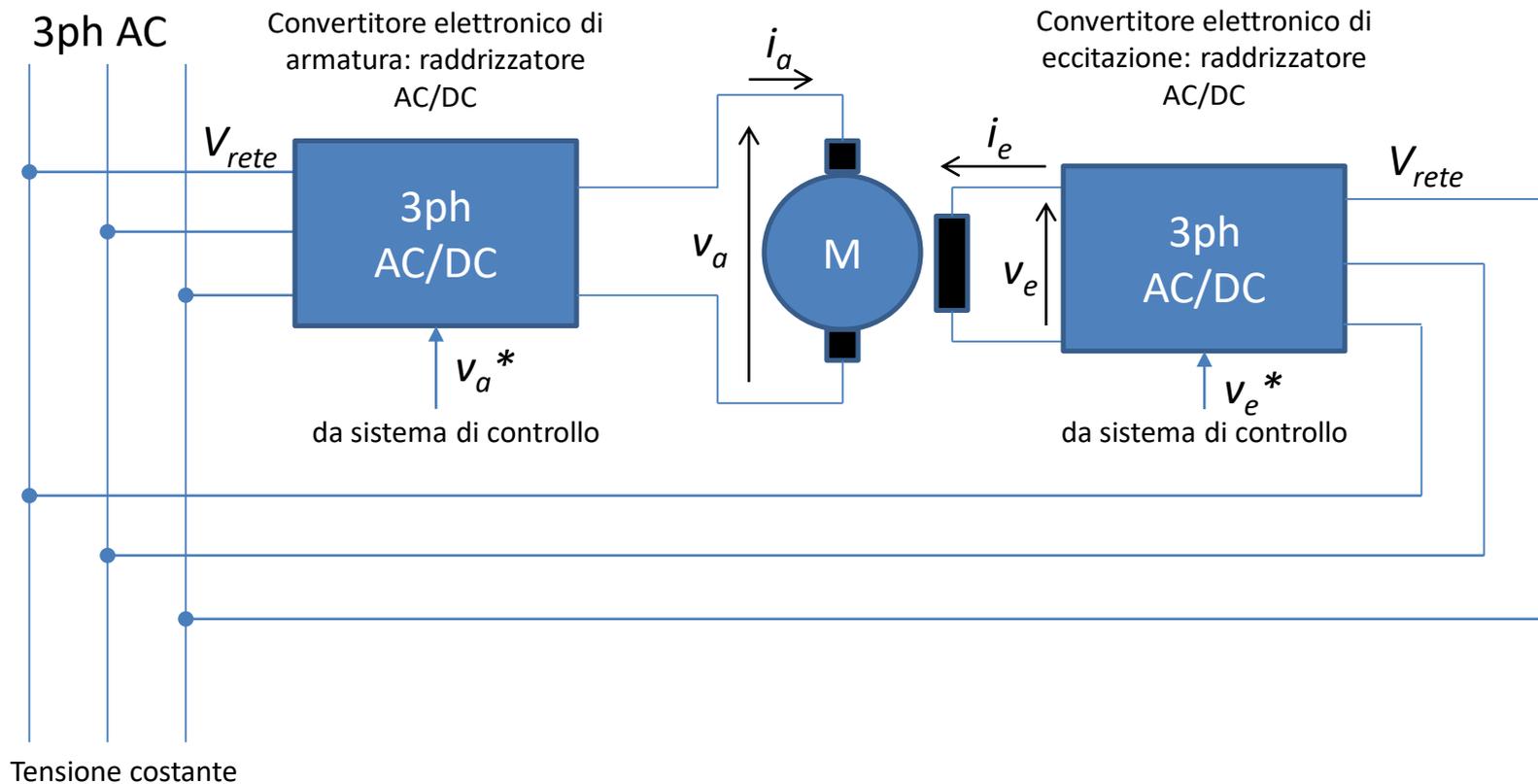
Ad eccitazione derivata

- I più usati negli azionamenti elettrici moderni a velocità variabile
- Ottima capacità di regolazione di velocità mediante la tensione e della coppia mediante la corrente
- Richiedono alimentazione a tensione variabile, quindi devono essere alimentati da convertitori elettronici
- Possibilità di funzionare su 4 quadranti

- Molto usati un tempo per trazione elettrica (ferroviaria)
- Buona capacità di auto-regolazione a velocità variabile (con funzionamento a potenza circa costante) anche con alimentazione a tensione costante
- Adatti per applicazioni a velocità variabile e connessione diretta alla rete (V costante)
- Funzionamento solo sul primo quadrante (no frenatura rigenerativa)
- Deve esserci sempre coppia di carico resistente, altrimenti la macchina va «in fuga»

- Poco usati, sia oggi che in passato
- Se alimentati a tensione costante (da rete) sono adatti per funzionamento a velocità circa costante indipendentemente dal carico (es. montacarichi)
- Funzionamento su primo e quarto quadrante (frenatura rigenerativa)

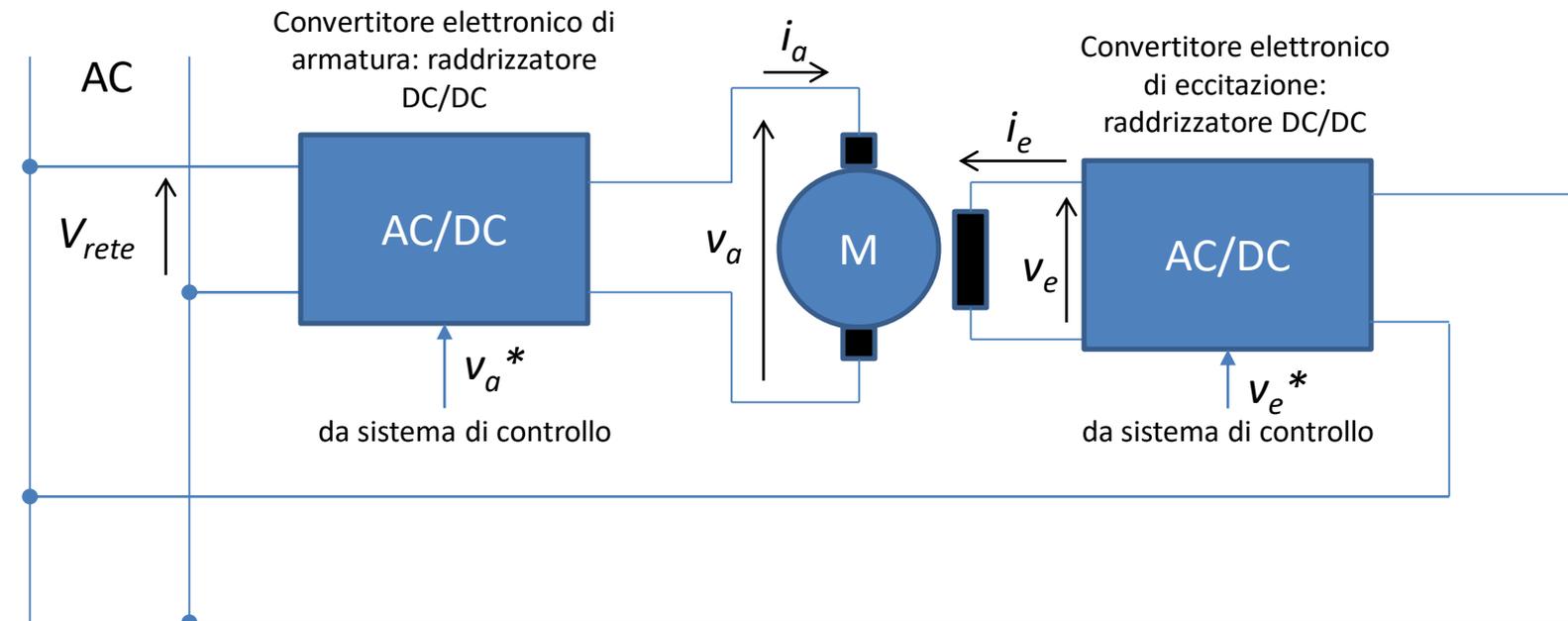
Esempio di alimentazione di motori ad eccitazione separata mediante convertitori elettronici da rete in corrente alternata trifase



V_a^* Valore comandato della tensione di armatura

V_e^* Valore comandato della tensione di eccitazione

Esempio di alimentazione di motori ad eccitazione separata mediante convertitori elettronici da rete in corrente alternata monofase.

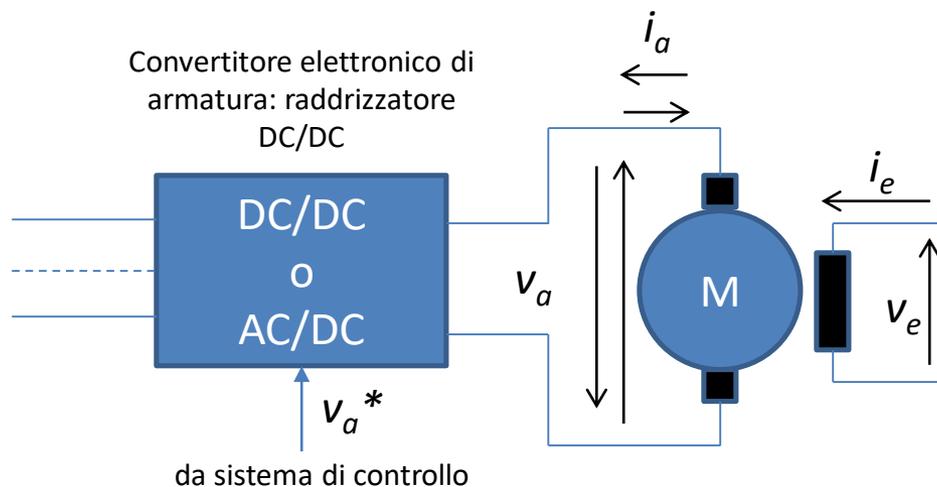


Tensione costante

V_a^* Valore comandato della tensione di armatura

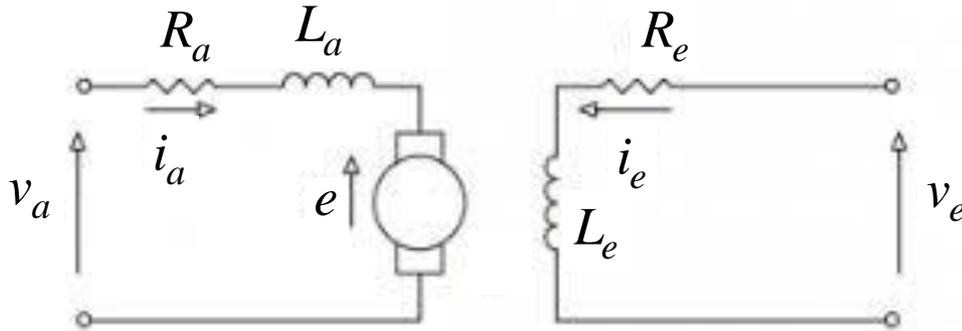
V_e^* Valore comandato della tensione di eccitazione

Il convertitore di armatura si dice «a quattro quadranti» se è in grado di invertire sia il verso della corrente che quello della tensione.
Invertendo il senso della corrente si inverte il senso della coppia, cioè si passa dal funzionamento come motore a quello come generatore (ad eccitazione costante).
Invertendo il verso della tensione si inverte il senso di rotazione (eccitazione costante).



Modellizzazione dinamica

Cioè in presenza di variazioni nel tempo di correnti, tensioni e velocità nel tempo



NB: convenzione del motore per versi corrente

Normalmente si indicano con lettere minuscole le grandezze variabili nel tempo, mentre con lettere maiuscole quelle costanti a regime.

v_a Tensione di armatura i_a Corrente di armatura

e_a F.e.m. Indotta nel circuito di armatura

R_a L_a Resistenza e induttanza del circuito di armatura

R_e L_e Resistenza e induttanza del circuito di eccitazione

Per il circuito di eccitazione si può scrivere:

$$v_e = R_e i_e + L_e \frac{d}{dt} i_e \quad (1)$$

$$\tau_e = \frac{L_e}{R_e} \quad \text{Costante di tempo del circuito di eccitazione}$$

Ossia trasformando secondo Laplace:

$$\frac{v_e}{R_e} = i_e + \frac{L_e}{R_e} \frac{d}{dt} i_e \quad \Rightarrow \quad i_e(s) = \frac{v_e(s)}{R_e} \frac{1}{1 + \tau_e s} \quad (2)$$

$$\phi = S_e K_e i_e \quad (3) \quad \text{Flusso per polo, con } K_e \text{ definita in precedenza, } S_e \text{ area della superficie polare}$$

$$e_a = K \phi \omega \quad (4) \quad K \text{ costante di macchina definita in precedenza, } \omega \text{ velocità.}$$

Per il circuito di armatura:

$$v_a = R_a i_a + L_a \frac{d}{dt} i_a + e_a \quad (5)$$

Ossia, trasformando secondo Laplace:

$$\tau_a = \frac{L_a}{R_a}$$

Costante di tempo «elettrica»
(del circuito di armatura)

$$i_a(s) = \frac{v_a(s) - e_a(s)}{R_a} \frac{1}{1 + s\tau_a} \quad (6)$$

$$T = K \phi i_a \quad (7)$$

Coppia motrice (cioè positiva se concorde alla velocità), con costante K definita sopra

$$T - T_r = B\omega + J \frac{d}{dt} \omega \quad (8)$$

B costante di attrito; J momento di inerzia di rotore e masse accoppiate.

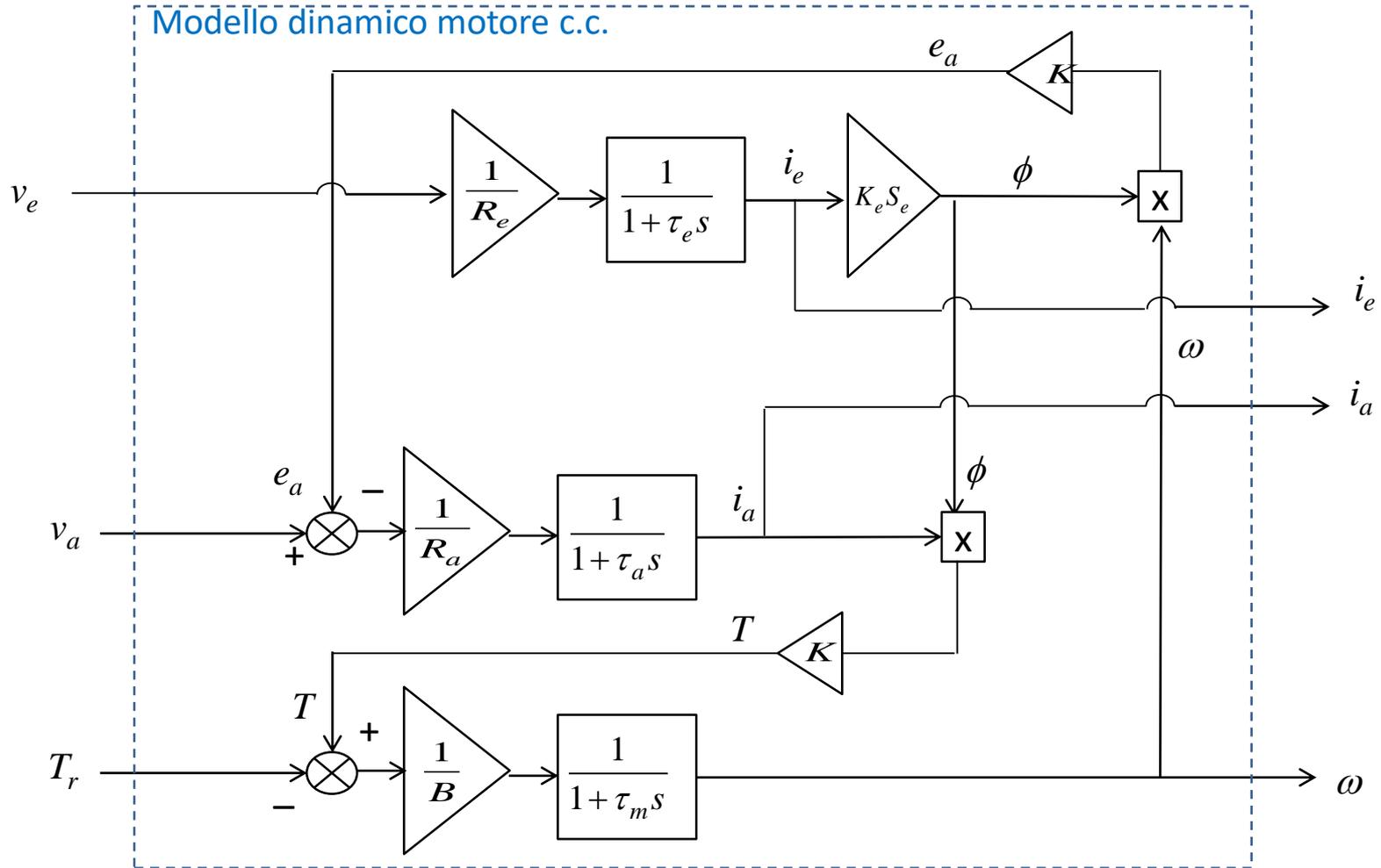
Coppia di attrito

Trasformando secondo Laplace:
$$\omega(s) = \frac{1}{B} (T(s) - T_r(s)) \frac{1}{1 + s\tau_m} \quad (9)$$

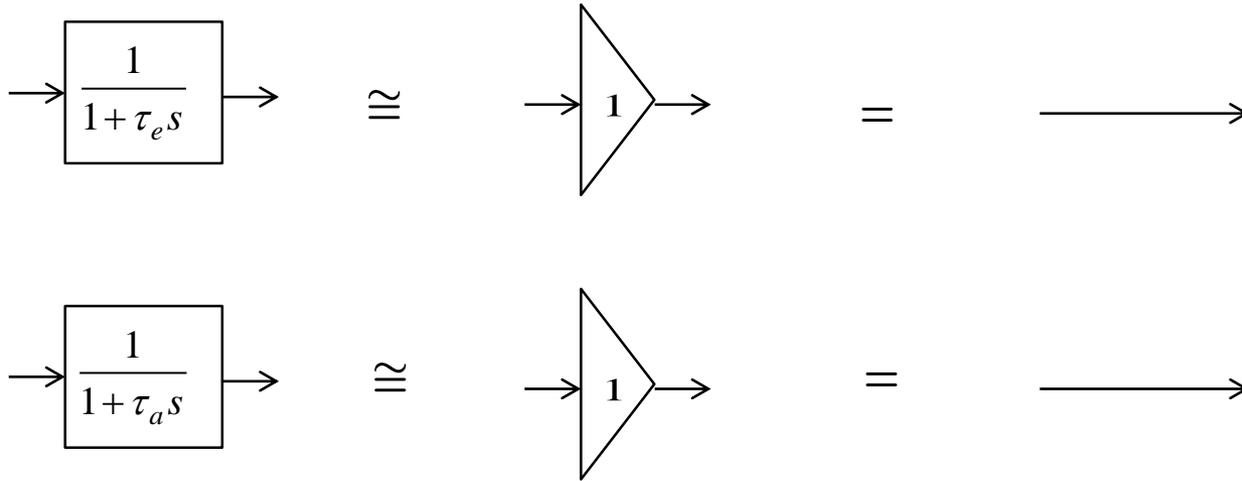
$$\tau_m = \frac{J}{B}$$

Costante di tempo «meccanica»

Dalle equazioni sopra si può direttamente dedurre lo schema a blocchi che rappresenta la dinamica di un **motore c.c. ad eccitazione indipendente**, in cui gli ingressi sono la coppia, le tensioni di campo e di armatura e le uscite la corrente di armatura e la velocità.



Si nota che le costanti di tempo elettriche sono molto più piccole di quella meccanica. Quindi, ai fini della sintesi dei sistemi di controllo, si usa spesso la semplificazione di trascurare la dinamica elettrica, cioè:



Lo schema a blocchi rappresentativo del modello dinamico del motore c.c. visto in precedenza può essere conseguentemente semplificato.

Lo schema a blocchi visto si presta ad essere immediatamente implementato in programmi quali Matlab/Simulink per effettuare simulazioni del comportamento dinamico della macchina in qualunque condizione di funzionamento, transitoria o a regime.

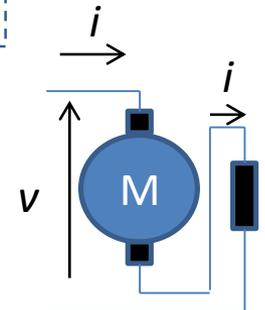
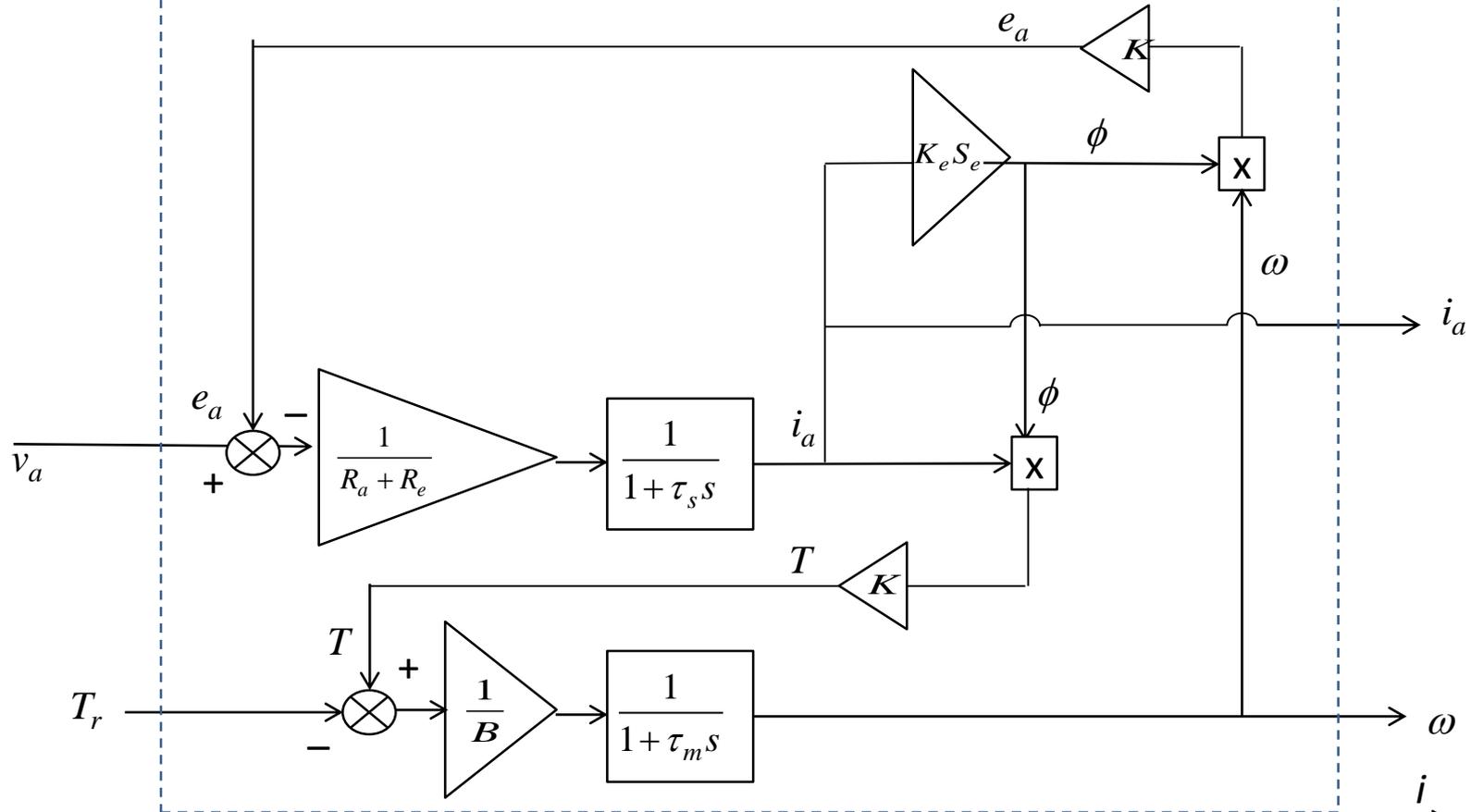
Inoltre lo stesso schema può essere usato ai fini della sintesi del sistema di controllo.

Caso di motore c.c. ad eccitazione serie:

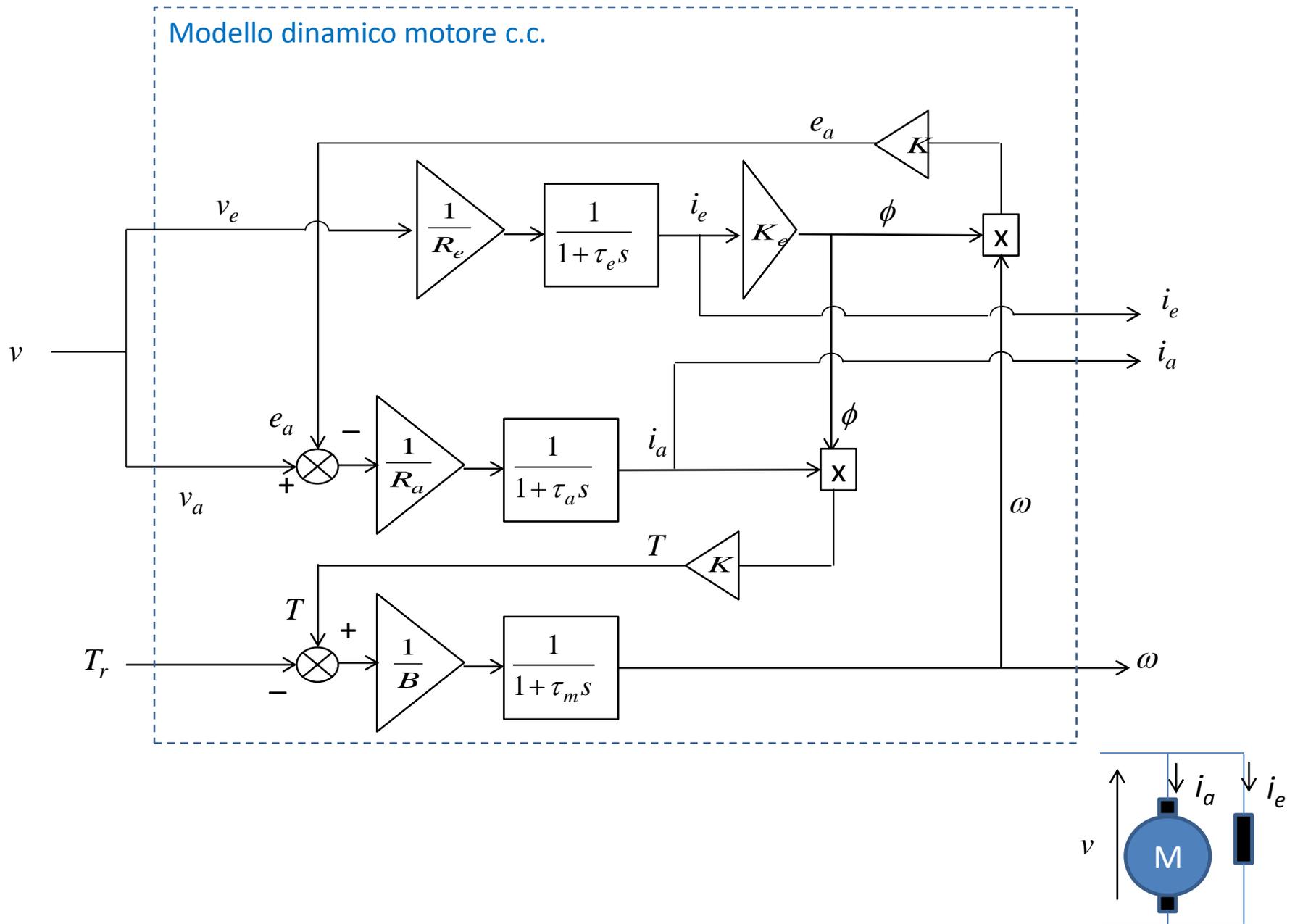
Costante di tempo del circuito
armatura + campo in serie

$$\tau_s = \frac{L_a + L_e}{R_a + R_e}$$

Modello dinamico motore c.c.



Caso di motore c.c. ad eccitazione derivata:



Equazioni e funzionamento a regime (modello «statico» o «a regime»)

Cioè in presenza di correnti, tensioni e velocità costanti nel tempo

Dalle equazioni sopra, annullando le derivate, si ottengono le equazioni a regime:

$$V_e = R_e I_e \quad \Phi = S_e K_e I_e \quad E = K \Phi \Omega \quad (1)$$

$$V_a = E_a + R_a I_a \quad T = K \Phi I_a$$

$$P_{el} = V_a I_a \quad \text{Potenza elettrica entrante} \quad P_m = T \Omega \quad \text{Potenza meccanica all'asse}$$

Consideriamo un **punto di lavoro della macchina a regime**, con possibilità di **permanenza per un tempo infinito**.

Affinchè il punto di lavoro sia ammissibile e mantenibile per un tempo prolungato, devono essere soddisfatte le seguenti condizioni:

- La tensione V_a deve essere minore o uguale alla tensione nominale V_n , per motivi di isolamento elettrico e di «capability» del convertitore.
- La corrente I_a deve essere minore o uguale alla corrente nominale I_n , per evitare surriscaldamento dovuto ad eccesso di perdite Joule.
- Il flusso per polo Φ deve essere minore o uguale al flusso nominale Φ_n per evitare eccessiva saturazione magnetica.
- La velocità Ω deve essere minore o uguale alla velocità massima Ω_n per evitare problemi meccanici sul rotore per eccesso di forza centrifuga.

Funzionamento a regime per macchine a eccitazione indipendente

Il principio generale è quello di lavorare, ove possibile, con il flusso costante e pari al suo massimo ammissibile, così da ridurre la corrente di armatura e le relative perdite Joule.

Infatti:

$T = K \Phi I_a$ Si vede che, per erogare la generica coppia T richiesta al motore, la minima corrente di armatura si ottiene quando il flusso per polo è massimo.

In realtà il massimo flusso ammissibile dipende dalla velocità. Alle basse velocità il flusso viene infatti mantenuto pari al suo valore massimo, cioè al flusso nominale Φ_n .

Consideriamo però la tensione di alimentazione:

$$V_a = E_a + R_a I_a \cong E_a = K \Phi_n \Omega$$

Trascurando la caduta di tensione sulla resistenza di armatura

E ricordiamo che essa deve essere inferiore alla tensione nominale:

$$K \Phi_n \Omega \leq V_n$$

Si vede che l'equazione sopra è verificata solo se la velocità è inferiore a:

$$\Omega \leq \frac{V_n}{K \Phi_n} = \Omega_b$$

Questo valore di velocità è definito velocità base e, normalmente, coincide con la velocità nominale (di targa).

Per valori di velocità inferiori alla velocità base, la macchina può funzionare a flusso nominale (massimo) e a corrente nominale (massima a regime) e, quindi, può erogare la sua coppia nominale (massima a regime) e una potenza proporzionale alla velocità:

$$T_n = K \Phi_n I_n \quad P(\Omega) = T_n \Omega = K \Phi_n I_n \Omega$$

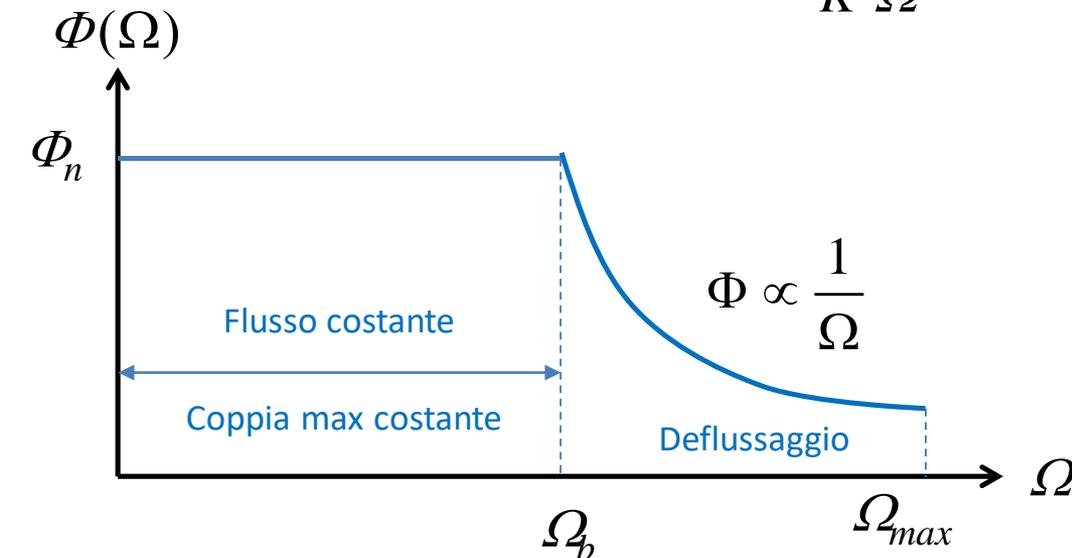
Se si vuole che il motore funzioni a velocità superiori alla velocità nominale, si deve necessariamente ridurre il flusso per soddisfare:

$$K \Phi_n \Omega \leq V_n$$

Si vuole comunque mantenere il flusso al suo massimo valore possibile per minimizzare la corrente. Il flusso imposto alla generica velocità Ω sopra la velocità base è quindi:

$$\Phi = \frac{V_n}{K \Omega}$$

Si vede che il flusso viene ridotto con legge iperbolica.

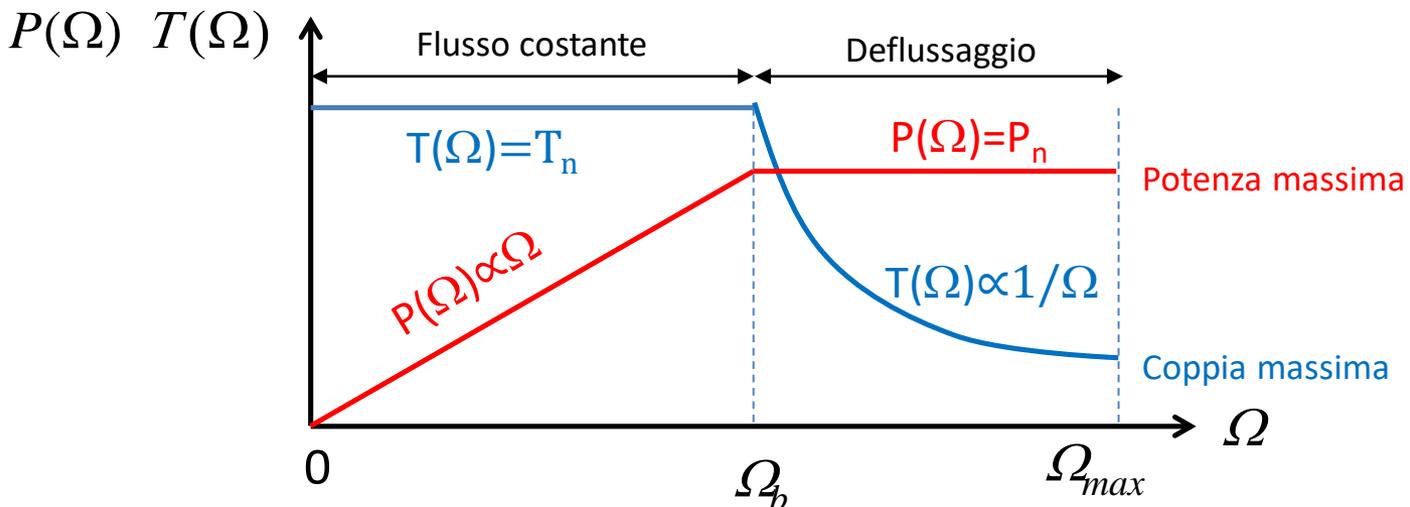


Caratteristica di regolazione del flusso sul campo di velocità

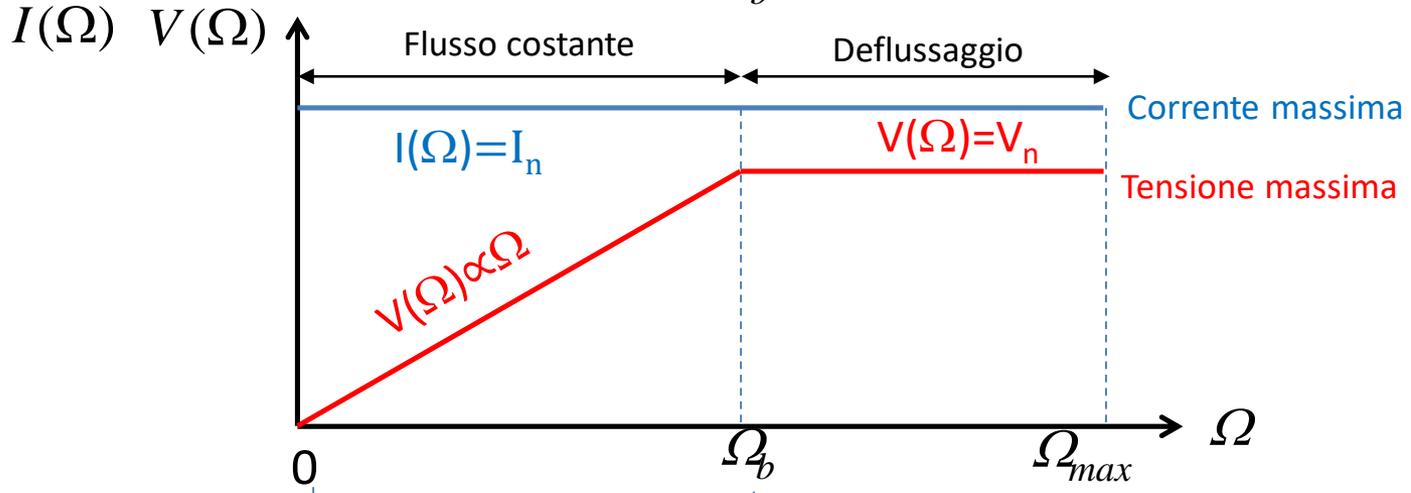
In condizioni di deflussaggio (cioè sopra la velocità nominale), la coppia massima ottenibile decresce anch'essa con legge iperbolica, mentre la potenza massima rimane costante e pari al suo valore nominale.

$$T(\Omega) = K \Phi(\Omega) I_n = K \frac{V_n}{K \Omega} I_n = \frac{V_n}{\Omega} I_n$$

$$P(\Omega) = T(\Omega) \Omega = \frac{V_n}{\Omega} I_n \Omega = V_n I_n \cong P_n$$



Valori massimi di coppia e potenza sul campo di velocità



Valori massimi di tensione e corrente sul campo di velocità

«regione a coppia costante» «regione a potenza costante»

Nota su punti di lavoro in condizioni di sovraccarico temporaneo

Tutte le considerazioni fatte finora si riferiscono a punti di funzionamento **a regime** in cui il motore può funzionare **per un tempo teoricamente infinito**.

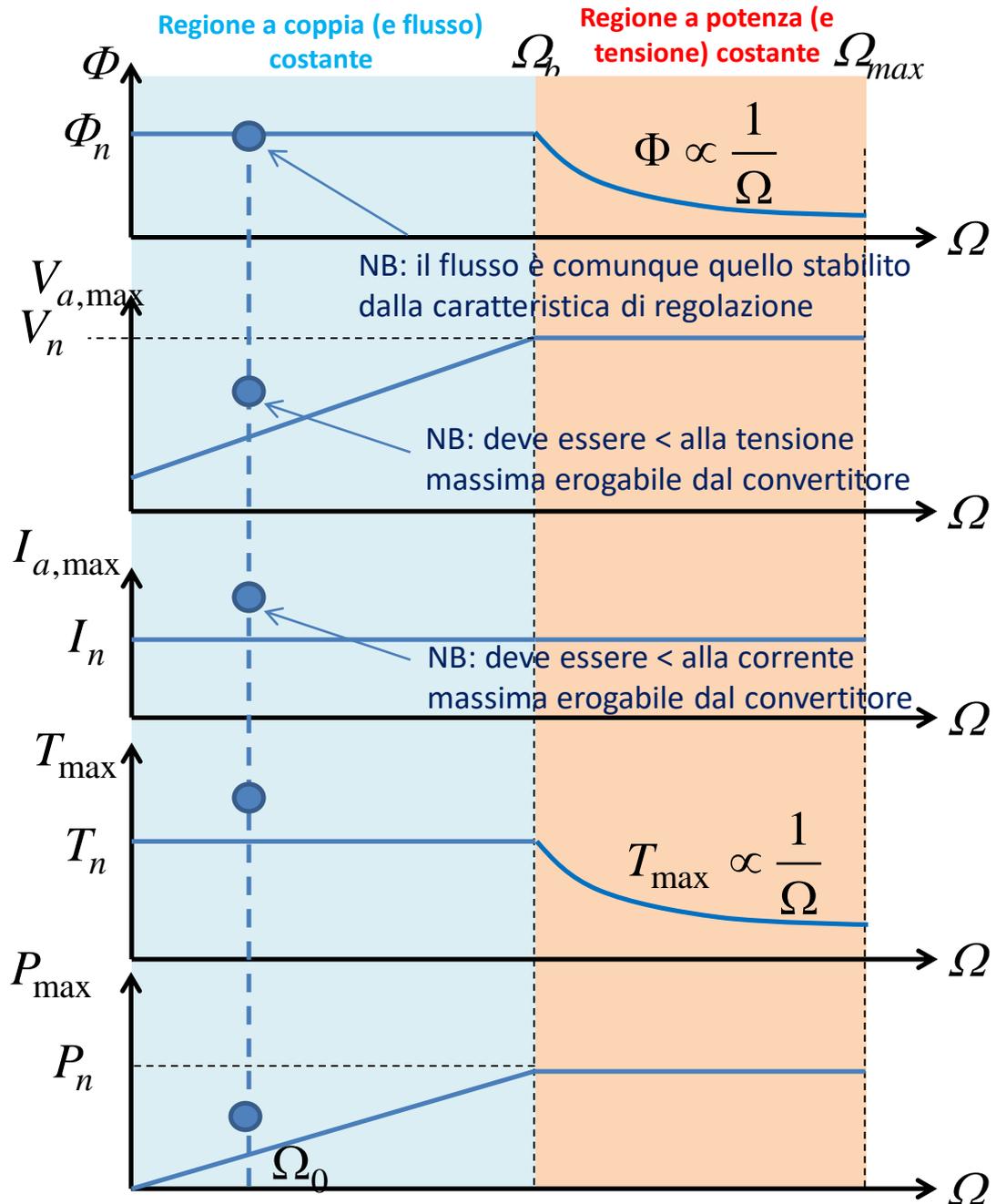
Nel funzionamento normale della macchina, tuttavia, è possibile che siano richiesti **sovraccarichi temporanei** (limitati nel tempo) durante i quali il motore può assorbire più corrente di quella nominale e, quindi, erogare più coppia e più potenza di quelle definite dalle curve limite a regime viste finora.

Il valore massimo di corrente assorbibile dal motore durante sovraccarichi transitori non è, usualmente, limitato da vincoli termici (per brevi periodi non si verificano riscaldamenti pericolosi) ma dalla «capability» del convertitore.

Infatti, gli interruttori elettronici del convertitore possono portare una corrente massima (portata di corrente) oltre la quale si distruggono.

Un altro limite all'entità della corrente di sovraccarico è che la tensione non può eccedere quella massima erogata dal convertitore.

Esempio di punto di lavoro in sovraccarico temporaneo



Esempio di punto di lavoro in condizioni di sovraccarico temporaneo alla velocità Ω_0 .

Il flusso per polo resta, comunque, pari al valore stabilito dalla caratteristica di regolazione per la velocità Ω_0 .

Si nota che la corrente nominale può essere temporaneamente superata (stando entro i limiti di «capability» del convertitore). Di conseguenza, possono essere superate le curve limite a regime di tensione, corrente, coppia e potenza, sempre nell'ipotesi di rimanere entro i limiti di «capability» di tensione del convertitore.

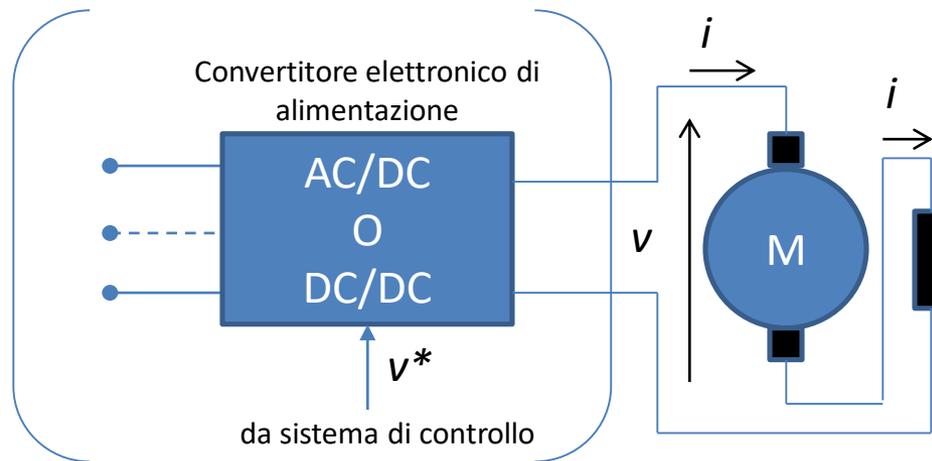
Possibile sovraccarico allo spunto

Un caso particolare di sovraccarico temporaneo è rappresentato dallo spunto, cioè dall'avviamento della macchina.

Allo spunto, il motore deve vincere una coppia «di primo distacco» che può essere significativa. Detta T_{sp} la coppia di spunto, cioè quella richiesta a velocità nulla, le equazioni di macchina forniscono la tensione e la corrente di armatura richiesti:

$$I_{a,sp} = \frac{T_{sp}}{K\Phi_n} \quad V_{a,sp} = R_a I_{a,sp} = R_a \frac{T_{sp}}{K\Phi_n}$$

Funzionamento a regime per motore con collegamento serie



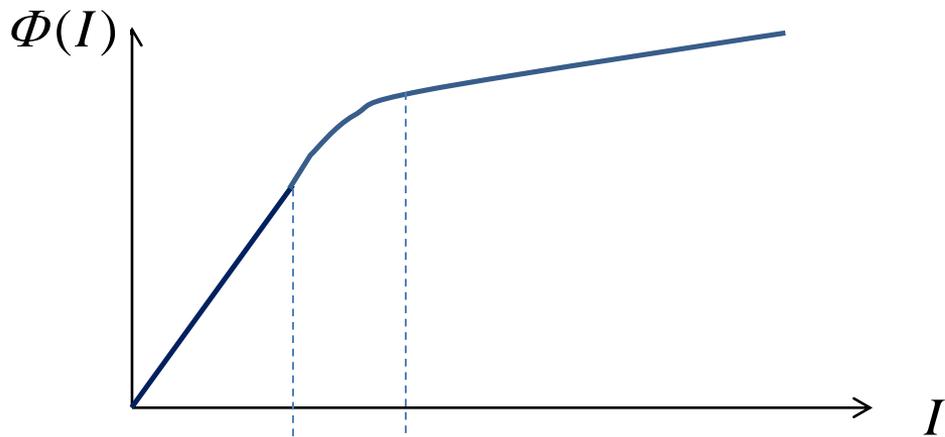
Un tempo il motore serie veniva usato, ad esempio, per la trazione ferroviaria alimentato **direttamente dalla linea a tensione costante in corrente continua**.

Infatti tale motore ha una buona caratteristica «auto-regolante», cioè è in grado di funzionare a potenza circa costante ad ogni velocità, erogando quindi alta coppia a bassi giri e bassa coppia ad alti giri.

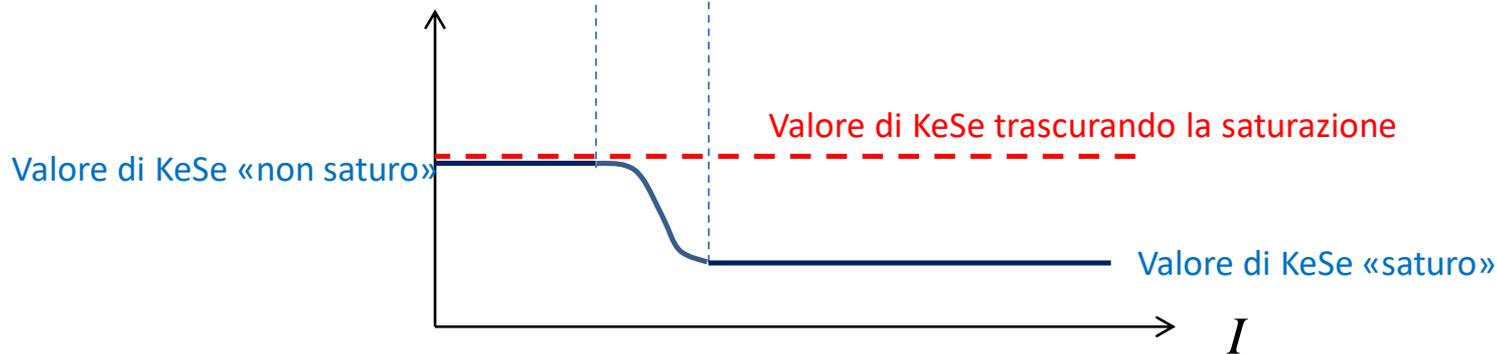
Superficie dell'espansione polare

$$V = E_a + R_a I \quad E_a = K \Phi \Omega \quad \Phi = S_e K_e(I) I \quad T = K \Phi I \quad (1)$$

Si nota che, in assenza di saturazione, $K_e(I)$ è costante.



$$K_e(I)S_e = \Phi(I) / I$$



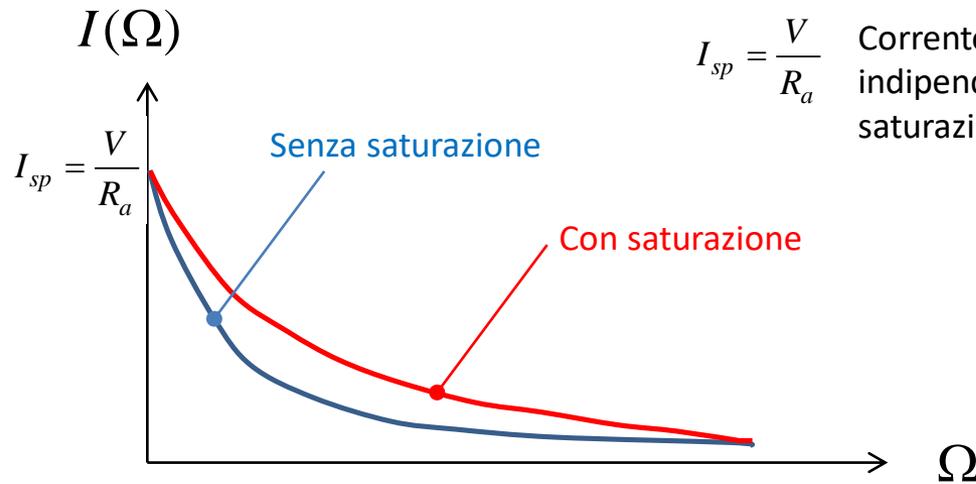
$$T = K \Phi I = K S_e K_e(I) I^2 \quad E_a = K S_e K_e(I) I \Omega \quad (3)$$

$$V = E_a + R_a I = K S_e K_e(I) I \Omega + R_a I = (K S_e K_e(I) \Omega + R_a) I \quad (4)$$

$$I = \frac{V}{K S_e K_e(I) \Omega + R_a}$$

Caratteristica corrente – velocità a tensione costante

La corrente tende asintoticamente a zero all'aumentare della velocità



$I_{sp} = \frac{V}{R_a}$ Corrente di spunto indipendente dalla saturazione

Per alte velocità, le curve relative a macchina satura e non satura tendono a coincidere in quanto la corrente è bassa e il coefficiente $S_e K_e$ risulta costante e pari al suo valore non saturo.

$$T = K S_e K_e(I) I^2$$

Caratteristica coppia – velocità a tensione costante

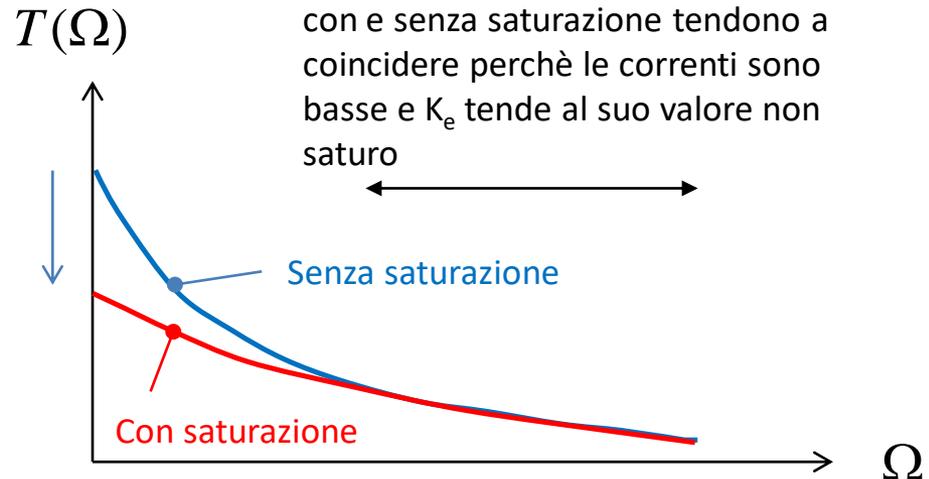
(la caratteristica si ricava direttamente da quella corrente-velocità riportata sopra)

$$T_{sp} = K K_e(I_{sp}) I_{sp}^2$$

Indipendente dalla saturazione

Decresce nel caso si consideri la saturazione

Quindi la coppia di spunto decresce se si considera la saturazione



Per alte velocità le caratteristiche con e senza saturazione tendono a coincidere perchè le correnti sono basse e K_e tende al suo valore non saturo

Si nota che, se alimentato a tensione costante, il motore tende ad «**andare in fuga**» (cioè ad aumentare indefinitamente la velocità) nel caso il carico tenda a zero. **Pertanto non è assolutamente adatto al funzionamento a vuoto o a bassi carichi** (rischio distruzione per sovravelocità).

Inoltre il motore serie può funzionare solo da motore, cioè **non consente la frenatura rigenerativa**. Infatti, se la corrente di armatura si inverte, si inverte anche quella di campo e, di conseguenza, la coppia non cambia verso. In altri termini, la caratteristica meccanica (coppia – velocità) non passa mai nel quarto quadrante.

Inoltre, se alimentato a tensione costante, il motore serie eroga una **potenza praticamente costante** (infatti la potenza è il prodotto di coppia e velocità e, dalla caratteristica meccanica, si vede che la coppia diminuisce all'aumentare della velocità).

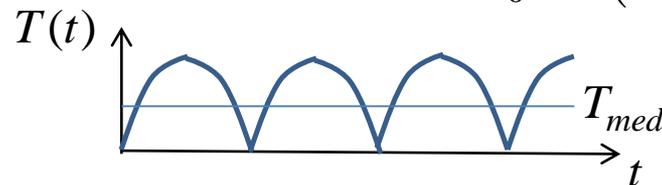
Per tale caratteristica, il motore con collegamento serie veniva usato nella **trazione elettrica** quando non esistevano i convertitori elettronici e, quindi, il motore doveva essere alimentato a tensione costante (si pensi a tram o treni di un tempo). Infatti, nella trazione elettrica è necessario sviluppare coppie elevate a bassa velocità (si pensi allo spunto) e coppie basse ad alta velocità. Non c'è il problema della fuga in quanto è sempre presente un carico.

Un tipo particolare di motore serie è il **motore universale**. Esso è un motore con collegamento serie alimentato in corrente alternata.

Infatti, si supponga di avere una corrente sinusoidale a frequenza ω :
$$i(t) = I_0 \sin(\omega t)$$

La coppia sarà:

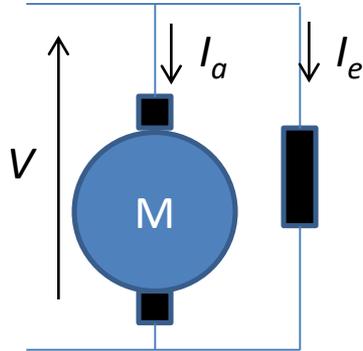
$$T(t) = K S_e K_e i(t)^2 = K S_e K_e I_0^2 \sin^2(\omega t)^2$$



cioè sempre positiva e con un valore medio pari alla metà del valore massimo, cioè proporzionale al quadrato della ampiezza della corrente di alimentazione.

Il funzionamento è caratterizzato da forti pulsazioni di coppie ed elevate perdite, ma queste caratteristiche possono (o potevano) essere accettate in alcune applicazioni, come l'azionamento di lavatrici.

Funzionamento a regime per motore con collegamento parallelo (derivazione)



Il motore con eccitazione derivata, se alimentato a tensione costante V , ha un flusso per polo Φ costante dato da:

$$\Phi = S_e K_e I_e = S_e K_e \frac{V}{R_e} \quad (1)$$

Si potrà inoltre scrivere:

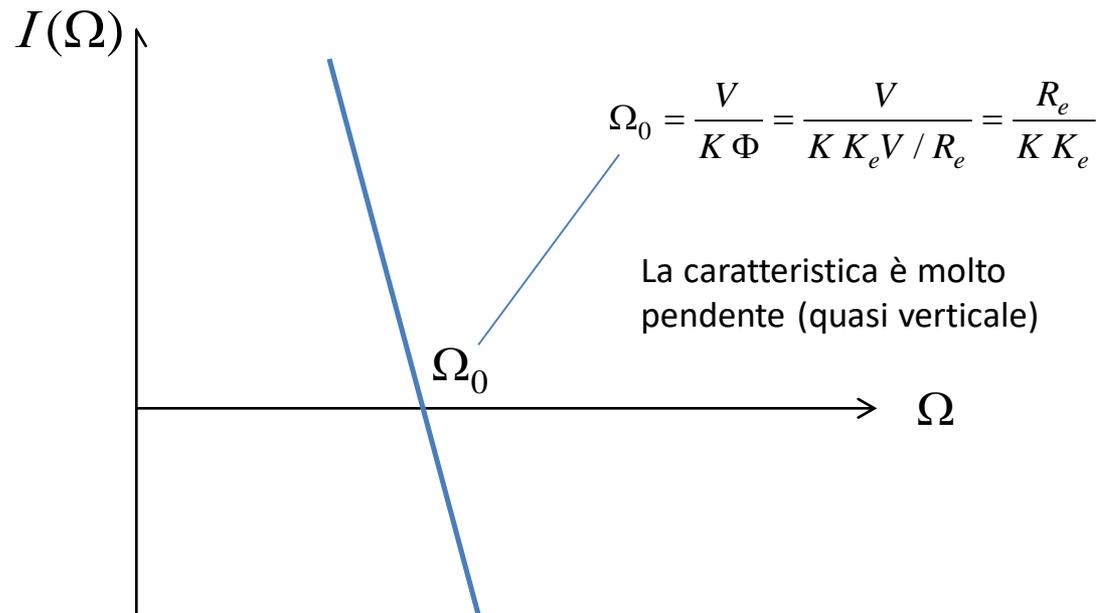
$$E_a = K \Phi \Omega$$

$$V = K \Phi \Omega + R_a I$$

$$I = \frac{V - K \Phi \Omega}{R_a}$$

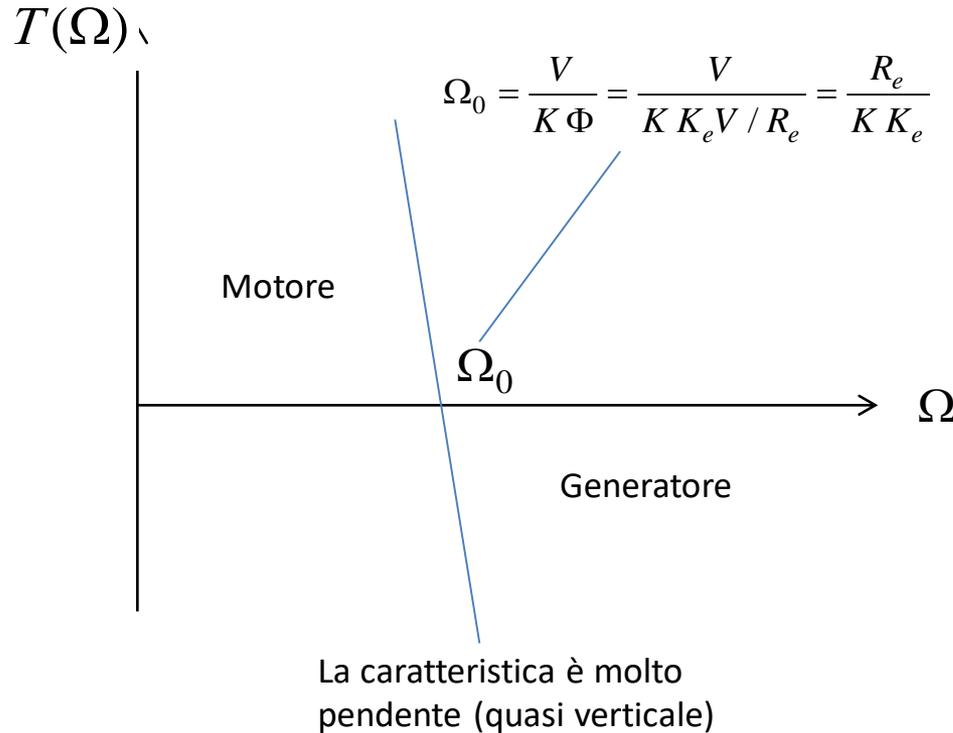
Caratteristica corrente - velocità

La corrente è positiva (motore) sotto una certa velocità Ω_0 , detta velocità a vuoto, mentre è negativa al di sopra di tale velocità.



$$T = K\Phi I = K\Phi \frac{V - K\Phi\Omega}{R_a} = \frac{K\Phi V}{R_a} - \frac{K^2\Phi^2\Omega}{R_a}$$

Caratteristica coppia - velocità



Velocità circa costante al variare della coppia

Il motore veniva usato per **applicazioni a velocità circa costante** al variare del carico (v. ascensore, montacarichi, ecc.)

Il motore non è adatto ad applicazioni a velocità variabile, specie nel caso lo si alimenti a tensione costante.

Controllo di velocità in motore in corrente continua alimentato da convertitore

Il sistema di controllo serve a portare il motore a funzionare in un ad una velocità prestabilita.

Il sistema di controllo misura la velocità e impone il flusso corrispondente secondo la caratteristica di deflussaggio. Inoltre misura la velocità e regola corrente e tensione di armatura in modo che il valore misurato converga al valore desiderato.

